

**Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

*Утверждаю
Проректор НИУ ВШЭ
С.Ю. Роцин*

« _____ » _____ 2015 г.

**Программа
вступительного испытания в аспирантуру по направлению
09.06.01 Информатика и вычислительная техника,
профиль «Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ»**

*Разработана Академическим советом
Аспирантской школы по компьютерным наукам*

*Академический директор
Аспирантской школы по компьютерным наукам
С.А. Объедков*

« _____ » _____ 2015 г.

Москва
2015

Вступительный экзамен в аспирантуру по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» проводится в устной форме с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Поступающие должны продемонстрировать знание следующих тем:

Раздел 1. Математическое моделирование

1.1. Основы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Виды математических моделей. Области применения. Принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей.

Компьютерное и имитационное моделирование. Методология имитационного моделирования. Область применения. Математический аппарат имитационного моделирования. Принципы и методы построения имитационных моделей.

Компьютерные среды и языки имитационного моделирования.

1.2. Математический анализ и дифференциальные уравнения

Исследование точек оптимума и перегиба функций одной переменной с помощью производных. Полные системы функций (полиномы и тригонометрические функции). Разложение произвольной функции по полной системе функций; остаточный член.

Обыкновенные дифференциальные уравнения: теорема существования и единственности, линейные уравнения первого и второго порядков, однородные уравнения, классификация стационарных точек.

1.3. Методы оптимизации

Математическое программирование. Типы экстремумов функций многих переменных, условия локального экстремума, метод множителей Лагранжа, их интерпретация. Основные понятия выпуклого программирования. Седловые точки. Функция Лагранжа. Теорема Куна - Таккера и ее геометрическая интерпретация.

Формулировка задачи линейного программирования (ЛП). Понятия опорного плана и базиса, вырожденность и невырожденность задач ЛП, основные принципы симплекс-метода. Основные теоремы ЛП.

Динамическое программирование.

1.4. Алгебра

Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис. Системы линейных уравнений (СЛУ). Критерий совместности СЛУ. Обратная и псевдообратная матрицы.

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения квадратной матрицы и симметричной квадратной матрицы. Диагонализация матрицы линейного оператора. Сингулярные числа прямоугольных матриц и их связь с собственными числами ассоциированных матриц. Матричные разложения.

Скалярное произведение. Ортогональность. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта.

Билинейные и квадратичные формы. Знакоопределенные и полуопределенные квадратичные формы и их свойства.

1.5. Основы теории вероятностей и математической статистики

Случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Характеристики распределений. Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Функции плотности распределения, свойства и квантили одномерной, двумерной и n-мерной нормальной случайной величины. Распределения хи-квадрат, Стьюдента, Снедекора – Фишера, логнормальное и равномерное.

Закон больших чисел (в форме Чебышёва) как выражение свойства статистической устойчивости среднего значения. Центральная предельная теорема.

Генеральная совокупность, выборка и ее основные характеристики (среднее значение, дисперсия, асимметрия, квантили, функции распределения и плотности). Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Основные понятия теории статистических оценок и свойства оценок (несмещенность, состоятельность, асимптотическая нормальность, эффективность).

1.6. Случайные процессы и теория массового обслуживания

Случайные процессы, основные понятия, их классификация. Конечные цепи Маркова. Эргодическая теорема. Уравнение Чепмена – Колмогорова для дискретных и непрерывных цепей.

Понятие системы массового обслуживания (СМО). Классификация СМО. Системы массового обслуживания с отказами. Системы массового обслуживания без отказов. Поток заявок. Простейший поток. Поток с переменным параметром. Стационарные потоки. Потоки типа Пальма. Предельная теорема. Марковский поток. Уравнения Эрланга. Процесс типа «гибель и размножение».

1.7. Дискретный анализ

Комбинаторные методы дискретного анализа. Классические задачи комбинаторного анализа. Разбиения и размещения. Основные комбинаторные тождества. Задачи о кодировании информации. Перечислительные задачи о назначениях.

Элементарная теория множеств. Булева алгебра. Логика высказываний. Построение ДНФ и КНФ логической функции. Логика предикатов первого порядка. Теорема о дедукции. Теорема о полноте. Методы логического вывода.

Бинарные отношения и графы. Способы представления графов.

Пути в графе. Связность. Теорема о связанности двух вершин, имеющих нечетную локальную степень. Максимальное число ребер в графе с n вершинами и k связными компонентами. Достаточное условие связности графа с n вершинами. Деревья. Связанность любых двух вершин дерева единственным простым путем. Проблема визуализации деревьев.

Эйлеровы пути и циклы. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Оценка сложности алгоритма. Гамильтоновы пути и циклы. Сложность задачи проверки существования гамильтонова цикла. Нахождение кратчайших путей в ориентированном графе.

1.8. Основы теории принятия решений

Классификация задач принятия решений. Этапы принятия решений.

Модели индивидуального выбора. Отношения порядка и квазипорядка. Функция выбора.

Понятия наследуемости и независимости. Теория полезности.

Экспертные методы в принятии решений. Принятие решений при многих критериях. Множество Парето. Процедуры выбора части множества Парето. Методы решения многокритериальных задач: методы свертки, пороговые методы.

Анализ эффективности затрат АЭЗ (методы затраты-эффект).

Системы поддержки принятия решений. Современные инструментальные средства и системы поддержки принятия решений.

Раздел 2. Численные методы

Численные методы линейной алгебры. Вычисление наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Прямые и итерационные методы. Способы ускорения сходимости. Градиентные методы. Методы ортогонализации.

Метод конечных разностей и конечных объемов, метод конечных элементов. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Теорема о сходимости. Корректность постановок краевых задач при их численной аппроксимации.

Основные численные алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: методы Рунге-Кутты и Адамса.

Раздел 3. Информатика и основы разработки программного обеспечения

3.1. Алгоритмы и структуры данных

Подходы к проектированию алгоритмов: «разделяй и властвуй», динамическое программирование, жадная стратегия. Алгоритмы сортировки, двоичного поиска. Алгоритмы на графах: обход графа, поиск кратчайших путей, построение минимального остовного дерева. Двоичные деревья поиска, кучи, хеш-таблицы.

Машина Тьюринга. Тезис Черча. Неразрешимость проблемы останова машины Тьюринга. Анализ сложности алгоритмов. Классы задач P и NP, примеры. Сводимость задач по Карпу и Тьюрингу. NP-полнота. Теорема Кука.

3.2. Программное обеспечение

Основные виды программного обеспечения. Программные продукты и сервисы.

Архитектура программных систем. Технологии проектирования программных систем. Методологии разработки программных систем: Agile, RUP, Scrum.

Принципы разработки человеко-машинного интерфейса.

Сетевые технологии.

Базы данных. Основы реляционной алгебры. Функциональные зависимости. Нормальные формы.

Тестирование программного обеспечения.

Современные вычислительные среды.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Алескерев Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. — М.: Физматлит, 2013.
2. В. Ашихмин и др. Введение в математическое моделирование. Университетская книга, Логос. Серия: Новая университетская библиотека — 2007.
3. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. — М.: Наука, 1974.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. — М: Радио и связь, 1983.
5. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003
6. Кузнецов О.П., Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
7. Лаврищева Е.М., Петрухин В.А. Методы и средства инженерии программного обеспечения: Учебник. — М.: МФТИ (ГУ), 2006.
8. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
9. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
10. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
11. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965.
12. Самарский А. А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.
13. Советов Б.Л., Яковлев С.А. Моделирование систем. — М.: ВШ, 1985.
14. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. М., изд-во ВШЭ, 1995.

Дополнительная литература

15. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. — М.: ЮНИТИ, 1998 (разделы 1 и 2).
16. Айзерман М.А., Алескерев Ф.Т. Выбор вариантов (основы теории). — М.: Наука, 1990.
17. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
18. Алескерев Ф.Т. Пороговая полезность, выбор и бинарные отношения // Автоматика и телемеханика. 2003. №3. С. 8 - 27.

19. Алескеров Ф.Т., Ортешук П. «Выборы. Голосование. Партии» — М.: Академия, 1995.
20. Брамс С., Тейлор А. Делим по справедливости. — М.: Синтег, 2002.
21. Васин А.Л., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. — М.: Макс Пресс, 2005.
22. Вендров А.М. Case-технологии. Современные методы и средства проектирования информационных систем. — М.: Финансы и статистика, 1998.
23. Вольский В.И., Лезина З.М. Голосование в малых группах. Процедуры и методы сравнительного анализа. — М.: Наука, 1991.
24. Гарсиа-Молина Г., Ульман Д., Уидом Д. Системы баз данных. Полный курс. — М.: Вильямс, 2003.
25. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1978.
26. Гуд Г.Х., Макол Р.Э. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. — М.: Сов.радио, 1962.
27. Дворецкий И., Муромцев Ю.Л., Погонин В.А., Схиртладзе А.Г. Моделирование систем. — М.: Академия, 2009.
28. Дейт К. Дж.. Введение в системы баз данных. — М.: Вильямс, 2005.
29. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления. — Ленинград: Энергоиздат, 1982.
30. Емеличев В.А. Лекции по теории графов. — М.: Наука, 1990.
31. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. — М.: Вузовская книга, 1999.
32. Жожикашвили В.А., Вишневский В.М. Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. — М.: Радио и связь, 1988.
33. Журавлёв Ю.И., Флёров Ю.А. Дискретный анализ. Ч.1: Учебное пособие. — М.: Изд-во МФТИ, 1999.
34. Ивченко Г.Н., Медведев Ю.И. Математическая статистика. — М.: Высшая школа, 1984.
35. Калашников В.В. Сложные системы и методы их анализа. — М.: Знание, 1980.
36. Коннолли Т., Бегг К., Страчан А. Базы данных. Проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика. — М.: Вильямс, 2000.
37. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание. — М.: Вильямс, 2007
38. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. — М.: ВШ, 1989.
39. Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л. Компьютер и поиск компромисса. — М.: Наука, 1997.
40. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. — М.: Изд-во МАИ, 1992.
41. Подиновский В.В. Анализ задач многокритериального выбора методами теории важности критериев при помощи компьютерных систем поддержки принятия решений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 6. С. 92 – 96.
42. Подиновский В.В., Ногин В.Д. «Парето-оптимальные решения многокритериальных задач» — М.: Физматлит, 2007.
43. Подиновский В.В., Потапов М.А. Методы анализа и системы поддержки принятия решений. /Учебное пособие. МФТИ. — М.: Компания Спутник+. 2003. Гл.3.
44. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математическая статистика. — М.: Наука, 1982.
45. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. — М.: Радио и связь, 1991.
46. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей. — М.: изд-во МГУ, 1977.
47. Джен Харрингтон. Проектирование объектно-ориентированных баз данных. — ДМК пресс, 2001.
48. Джен Л. Харрингтон. Проектирование реляционных баз данных. — Лори, 2006.
49. Shaw K. Mathematical Modeling in Business and Economics: A Data-Driven Approach. Business Expert Press, 2014.