

**Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

*Утверждаю
Проректор НИУ ВШЭ
С.Ю. Роцин*

«_____» _____ 2015 г.

**Программа
вступительного испытания в аспирантуру по направлению
01.06.01 Математика и механика,
профиль «01.01.04 Геометрия и топология»**

*Разработана Академическим советом
Аспирантской школы по математике*

*Академический директор
Аспирантской школы по математике.
Куюмжиян К.Г.*

«26» марта 2015 г.

Москва
2015

Поступающие в аспирантуру факультета математики должны продемонстрировать знание следующих тем:

- (1) Элементы комбинаторики (сочетания, перестановки) и теории вероятностей (независимость, условные вероятности).
- (2) Теория групп: группы, подгруппы, смежные классы, гомоморфизмы, факторгруппы, строение конечно порожденных абелевых групп, теоремы Силова. Необходимо также знакомство с конкретными примерами групп, включая симметрические, знакопеременные, группы симметрии, матричные группы (полная линейная, специальная линейная), группы вычетов.
- (3) Теория колец: кольца, идеалы, факторкольца, прямое произведение колец, китайская теорема об остатках, евклидовы кольца, факториальность, обратимые, простые и неприводимые элементы, простые и максимальные идеалы. Знакомство с конкретными кольцами должно включать комплексные числа, гауссовы целые числа, кольца вычетов, кольца многочленов и степенных рядов, кольца матриц.
- (4) Линейная алгебра: векторные пространства и линейные отображения, базисы, размерность, двойственность, системы линейных уравнений, жорданова нормальная форма, характеристический и минимальный многочлены, квадратичные формы, положительная определенность.
- (5) Теория полей: поля, характеристика, структура конечных полей, конечные и алгебраические расширения, основная теорема теории Галуа.
- (6) Пределы последовательностей и пределы функций, сходимость рядов. Непрерывные функции. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Равномерная непрерывность, равномерная сходимость.
- (7) Общая топология: открытые и замкнутые подмножества в \mathbb{R}^n . Компактность, связность, внутренность и замыкание, всюду плотные и нигде не плотные множества. Непрерывные отображения. Топологические пространства. Хаусдорфовы и метрические пространства. Полнота и пополнение. Теорема Бэра. Компактность. Связность. Нормальность.
- (8) Элементы гомотопической топологии: гомотопные отображения, накрытия, фундаментальная группа, локально тривиальные расслоения.
- (9) Дифференциальное исчисление: производные и дифференциалы отображений из \mathbb{R}^m в \mathbb{R}^n , теорема о производной сложной функции, ряд Тейлора, способы нахождения экстремумов, множители Лагранжа.
- (10) Интегральное исчисление: мера и интеграл Лебега, предельный переход под знаком интеграла Лебега, теорема Фубини. Вычисление длин кривых и площадей поверхностей при помощи интегралов.
- (11) Геометрия: аффинные и проективные пространства, аффинные и проективные отображения, кривые второго порядка (коники), поверхности второго порядка (квадрики), дробно-линейные отображения.
- (12) Комплексный анализ: комплексная производная, голоморфные функции, теоремы Коши и Морера, интегральная формула Коши, теорема о вычетах, принцип сохранения области, принцип максимума модуля, лемма Шварца, теорема Римана о конформном отображении, принцип соответствия границ, принцип симметрии.

(13) Дифференциальные уравнения: теорема существования и единственности, решение уравнений методом разделения переменных, линейные уравнения первого и второго порядков, однородные уравнения, теорема Фробениуса.

Литература.

В.И. Арнольд, Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984 (и другие издания).

В.И. Арнольд, Математические методы классической механики. Изд. 3-е, перераб. и доп.-М.: Наука, 1989 (и другие издания).

В.А. Васильев, Введение в топологию, М: Фазис 1997

Э.Б. Винберг. Курс алгебры. М: Факториал 1999

О.Я. Виро и др. [Элементарная топология. М.:МЦНМО, 2010](#)

И.М. Гельфанд, Лекции по линейной алгебре, М: Наука 1971

А.Л. Городенцев, Вышшинская алгебра, модуль 1. записки лекций
http://vyshka.math.ru/pspdf/f08/algebra-1/ml_total.pdf

В.А. Зорич, Математический анализ. М: МЦНМО 2007

А.Н. Колмогоров. С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа, М: Наука 1976

В.В. Прасолов. В.М. Тихомиров, Геометрия. М: МЦНМО 1997

Б.В. Шабат, Введение в комплексный анализ. Лань 2004