

**Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»**

*Утверждаю
Проректор НИУ ВШЭ
С.Ю. Роцин*

« _____ » _____ 2015 г.

**Программа
вступительного испытания в аспирантуру по направлению
01.06.01 Математике и механика,
профиль «01.01.03 Математическая физика»**

*Разработана Академическим советом
Аспирантской школы по математике*

*Академический директор
Аспирантской школы по математике
Куюмжиян К.Г.*

« _____ » _____ 2015 г.

Москва
2015

Поступающие в аспирантуру должны продемонстрировать знание следующих тем.

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решения линейных уравнений и систем произвольного порядка с постоянными коэффициентами. Автономные системы дифференциальных уравнений.
2. Ряд и преобразование Фурье и их основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений.
3. Линейные операторы и их матрицы в конечномерном вещественном и комплексном пространстве. Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Спектральное представление линейного оператора.
4. Интегральные уравнения Фредгольма. Метод последовательных приближений. Теоремы Фредгольма.
5. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Решение нелинейных дифференциальных уравнений 1-ого порядка методом характеристик.
6. Обобщенные функции и их свойства. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Построение фундаментального решения линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Функции Грина.
7. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типа. Постановка основных краевых и начальных задач и их методы решения.
8. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема о внутренней устранимой особенности).
9. Разложение голоморфных функций в ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек. Теорема Коши о вычетах. Целые функции. Теорема Лиувилля.
10. Аналитическое продолжение. Римановы поверхности.

11. Методы Лапласа и стационарной фазы для вычисления асимптотик интегралов.
12. Группы и алгебры Ли. Основные типы алгебр Ли. Линейные представления групп и их характеры. Лемма Шура.
13. Дифференциальные формы и внешнее дифференцирование. Интегрирование дифференциальных форм. Теорема Стокса.
14. Римановы многообразия и метрики. Геодезические. Связности, их тензоры кривизны и кручения. Параллельный перенос.
15. Случайные величины и их математические ожидания. Дисперсия. Нормальное распределение и распределение Пуассона. Центральная предельная теорема.
16. Корреляционные функции. Марковские случайные процессы. Гауссовские процессы и процесс Пуассона. Броуновское движение.
17. Уравнения движения. Принцип наименьшего действия. Функция Лагранжа. Теорема Нетер и законы сохранения.
18. Одномерное движение. Движение в центральном поле. Свободные и вынужденные колебания. Колебания при наличии трения.
19. Движение твердого тела. Угловая скорость, моменты инерции и количества движения. Уравнения Эйлера.
20. Уравнения Гамильтона. Скобки Пуассона. Теорема Лиувилля. Уравнение Гамильтона-Якоби.
21. Принцип относительности. Преобразования Лоренца. Релятивистская механика.
22. Уравнения электромагнитного поля. Действие электромагнитного поля. Тензор энергии-импульса. Заряд в электромагнитном поле. Электромагнитные волны.
23. Запаздывающие потенциалы и потенциалы Льенара-Вихерта. Излучение электромагнитных волн.
24. Уравнения движения идеальной жидкости. Уравнения движения вязкой жидкости. Система уравнений Навье-Стокса.

25. Основные положения квантовой механики. Операторы энергии и импульса. Гамильтониан. Уравнение Гейзенберга. Соотношение неопределенности.
26. Уравнение Шредингера. Потенциальная яма. Прохождение через барьер. Движение в центральном поле. Атом водорода. Квазиклассическое приближение.
27. Уравнение Дирака. Спин. Тождественность частиц и принцип неразличимости. Связь спина со статистикой. Бозоны и фермионы.
28. Уравнение Шредингера в электрическом и магнитном полях. Плотность потока.
29. Квантовая теория рассеяния. Матрица рассеяния.
30. Основные принципы статистики. Статистическое распределение и статистическая независимость. Закон возрастания энтропии.
31. Термодинамические величины: температура, давление. Адиабатический процесс.
32. Распределение Гиббса. Свободная энергия. Термодинамические соотношения. Флуктуации.
33. Термодинамика идеальных газов. Распределение Больцмана. Свободная энергия и уравнение состояния. Распределения Бозе и Ферми. Фазовые переходы второго рода.

Рекомендуемая литература

1. М. Рид, Б. Саймон, Современные методы математической физики, М. Мир, 1982.
2. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Физматгиз, 1961.
3. И.Г. Петровский, Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М. Изд-во Моск. ун-та, 1984.
4. И.Г. Петровский. Лекции об уравнениях с частными производными. М., Физматгиз, 1961.

5. Арнольд В.И., Лекции по уравнениям с частными производными, Независимый ун-т, М., 1995.
6. В.С. Владимиров, Уравнения математической физики, М. Наука, 2003.
7. В.С. Владимиров, В.В. Жаринов, Уравнения математической физики, ФИЗМАТЛИТ, 2003.
8. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н., Сборник задач по математической физике, Наука, М., 1972.
9. Комеч А.И., Практическое решение уравнений математической физики, МГУ, 1993.
10. Белов В.В., Воробьев Е.М., Сборник задач по дополнительным главам математической физики, «Высшая школа», М., 1978.
11. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.
12. Р. Курант, Д. Гильберт. Методы математической физики. М., Гостехиздат, 1951.
13. Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. Современная геометрия. М., Наука, 1979.
14. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. М., МГУ, 1980.
15. Л.С. Понтрягин. Непрерывные группы. М., Наука, 1973.
16. А.А. Кириллов. Элементы теории представлений. М., Наука, 1972.
17. А.Н. Ширяев. Вероятность. М., Наука, 1980.
18. Б.В. Гнеденко. Курс теории вероятностей. М., Наука, 1969.
19. В.И. Арнольд. Математические методы классической механики. М., Наука. 1974.
20. Э. Уиттекер. Аналитическая динамика. М., УРСС, 1999.
21. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Курс теоретической физики. М., Наука, 1973-1986.
22. К. Хуанг. Статистическая механика. М., Мир, 1966

23. Д. Рюэль. Статистическая механика. Строгие результаты. М., Мир, 1971.