



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа дисциплины «Коды с исправлением ошибок» для направления для направления  
02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», профили 05.13.11 «Математическое и  
программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17  
«Теоретические основы информатики» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

## **Правительство Российской Федерации**

### **Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"**

#### **Программа дисциплины Коды с исправлением ошибок**

для направления 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки»,  
профили 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин,  
комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17 «Теоретические основы информатики»  
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Автор программы: Верещагин Н.К., д.ф.-м.н., [nikolay.vereshchagin@gmail.com](mailto:nikolay.vereshchagin@gmail.com)

Одобрена на заседании Академического совета аспирантской школы по компьютерным наукам  
«19» октября 2015 г.

Москва, 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями  
университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению подготовки 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», профили 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17 «Теоретические основы информатики» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и аспирантов направления 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», профили 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17 «Теоретические основы информатики» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ;
- Образовательной программой направления 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» подготовки аспиранта.
- Учебным планом подготовки аспирантов по направлению 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки», профили 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17 «Теоретические основы информатики» утвержденным в 2015 г.

## 2 Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Коды с исправлением ошибок» являются

- Ознакомление с постановками задач в области кодов со стираниями;
- Ознакомление с постановками задач в области кодов с исправлением ошибок;
- Изучение основных нижних и верхних оценок на параметры кодов с исправлением ошибок;
- Ознакомление с наиболее известными кодами с исправлением ошибок.

## 3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

- Знать основные верхние и нижние оценки параметров кодов, исправляющих ошибки или стирания;
- Уметь строить простейшие коды, исправляющие ошибки или стирания;
- Владеть навыками построения эффективных кодов (для которых есть быстрые алгоритмы кодирования и декодирования) с исправлением ошибок с данными параметрами;
- Применять коды с исправлением ошибок для построения трудных в среднем задач.

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает следующие компетенции:



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность разрабатывать и применять методы повышения эффективности и надежности процессов обработки и передачи данных и знаний в вычислительных машинах, комплексах и компьютерных сетях	ПК-3	Понимает постановки главных задач в теории кодирования и передачи информации  Адекватно оценивает корректность использования тех или иных кодов	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса Вырабатывается в процессе решения задач, самостоятельного чтения
Способность проводить исследования методов преобразования информации в данные и знания, моделей данных и знаний, методов работы со знаниями, методов машинного обучения и обнаружения новых знаний, принципов создания и функционирования программных средств автоматизации указанных процессов	ПК-4	Оценивает строгость и корректность любых текстов в области кодирования  Правильно формулирует собственные результаты	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса Формируется в процессе сдачи решений задач

#### 4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к вариативной части для направления «02.06.01 Компьютерные и информационные науки», обязательной для обучающихся профилей 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей», 05.13.17 «Теоретические основы информатики».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы алгебры и математического анализа.

Желательно, но не необходимо также знакомство с некоторыми основными понятиями и результатами из курсов дискретной математики и теории вероятностей.



## 5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Коды с исправлением ошибок: верхние и нижние оценки	22	6			16
2	Коды на границе Варшавова – Гилберта и вблизи нее	14	4			10
3	Коды БЧХ и Адамара	22	6			16
4	Декодирование списком с исправлением ошибок	22	6			16
5	Локально декодируемые и корректируемые коды	36	12			24
	Итого:	114	32			82

## 6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	Параметры
Текущий	7 домашних заданий	Письменные задания, выдаваемые студентам на дом. Срок сдачи каждого задания – 14 дней. Срок проверки заданий – в течение недели со дня сдачи.
В конце курса	Экзамен	Беседа с преподавателем (всего 1,5-2 часа)

### 6.1 Критерии оценки знаний, навыков

Текущий контроль: за все домашние задания выставляется одна общая оценка по 10-ти балльной шкале, равная доле правильно решенных задач, умноженной на 10.

Основная форма текущего контроля – решение задач из домашних заданий (всего 11 задач, примерно по одной задаче по каждому из разделов курса). Задачи подбираются так, чтобы их решение потребовало от студента свободного владения основными понятиями и умения пользоваться техническими (вычислительными) приемами, которые изучаются в соответствующем разделе курса. Обсуждение подходов к решению этих задач происходит во время консультаций.

Экзамен оценивается по 10-ти балльной шкале и состоит из десяти теоретических вопросов. На каждый вопрос даётся пять-десять минут на подготовку. Студент в очной беседе с преподавателем отвечает на вопросы. Оценка, выставляемая за экзамен, равна количеству правильно отвеченных вопросов. Время, отводимое на экзамен, — 1½ часа.

### 6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Оценка за курс является средним арифметическим оценки текущего контроля и оценки за экзамен.



## **7 Содержание дисциплины**

### **7.1 Раздел 1. Коды с исправлением ошибок: верхние и нижние оценки**

Оценка Хэмминга. Коды Хэмминга. Оценка Синглтона. Коды Рида – Соломона. Эффективное исправление ошибок и стираний в коде Рида-Соломона. Оценка Гилберта. Оценка Варшамова – Гилберта (вероятностное доказательство).

### **7.2 Раздел 2. Коды на границе Варшамова – Гилберта и вблизи нее**

Коды Возенкрафта для скорости  $1/2$ . Коды Возенкрафта для любой скорости, выражаемым рациональным числом с небольшим знаменателем. Коды Форни. Эффективное декодирование кодов Форни. Коды Форни – Возенкрафта – Юстесена.

### **7.3 Раздел 3. Коды БЧХ и Адамара**

Коды БЧХ. Код Адамара. Вероятностный алгоритм декодирования кода Адамара.

### **7.4 Раздел 4. Декодирование списком с исправлением ошибок**

Декодирование списком с исправлением ошибок. Аналоги оценок Хэмминга и Гилберта. Декодирование списком кода с данным расстоянием. Оценка Плоткина. Обобщение оценки Плоткина для относительного кодового расстояния  $1/2$ . Кривая Плоткина. Оценка Элайеса – Бассальго.

### **7.5 Раздел 5. Локально декодируемые и корректируемые коды**

Экспандерные коды. Связь кодового расстояния с параметрами экспандера. Локально декодируемые и корректируемые коды. Связь этих понятий. Связь с количеством исправляемых ошибок. Коды Рида – Маллера. Три процедуры локальной коррекции ошибок для этих кодов. Быстрый алгоритм исправления ошибок в экспандерном коде. Параметры экспандерных кодов. Декодирование списком кодов Адамара за полиномиальное от длины сообщения время. Соотношение кодов БЧХ и кодов Хемминга.

## **8 Образовательные технологии**

На лекции обсуждаются ключевые понятия и технические выкладки разбираемой темы, даются необходимые определения, разбираются поучительные примеры. Аспирантам на дом даются задачи для самостоятельного разбора, содержащие как упражнения для усвоения пройденного материала, так и нестандартные задачи, позволяющие проверить уровень общего понимания предмета и требующие изучения дополнительного материала. Некоторые задачи предваряют (продолжают) тематику лекций. Аспирант сдает задачи в виде письменных домашних работ.

## **9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента**

### **9.1 Тематика заданий текущего контроля**

Примерный список задач

1. Построить код с параметрами  $n = k+1$ , исправляющему одно стирание.



2. Постройте алгоритм, который за полиномиальное от  $n$  количество операций исправляет в коде Рида-Соломона  $e$  ошибок и  $b$  стираний, для любых данных  $e, b$ , удовлетворяющих неравенству  $2e+b$  меньше  $d$ .
3. Найдите 9 кодовых слов длины 3 в трехбуквенном алфавите, расстояние Хэмминга между любой парой которых не меньше двух.
4. Доказать, что если существует код с параметрами  $n, k, e, q$ , то существует код с параметрами  $n-2, k, e-1, q$ .
5. Докажите, что для любого кода с расстоянием  $d$ , по кодовому слову, в котором сделали  $e$  ошибок и  $s$  стираний, можно восстановить исходное слово, если  $2e+s$  меньше  $d$ . Докажите, что для кода Рида-Соломона это можно сделать за полиномиальное время.
6. Найти наибольшую скорость передачи  $k/n$  для кодов Форни с относительными кодовыми расстояниями равными  $d/n=1/50, d/n=1/20, d/n=1/10, d/n=1/5, d/n=3/10$ .
7. Доказать оценку Плоткина для алфавита произвольной мощности  $q$ : для всех  $b > 1-1/q$  и всех  $n$  количество кодовых слов в любом коде с относительным расстоянием  $d/n=b$  не превосходит  $1+1/(bq/(q-1)-1)$
8. Доказать, что для алфавита мощности  $q$  для всех  $n$  количество кодовых слов в любом коде с относительным расстоянием  $d/n \geq 1-1/q$  не превосходит  $2n(q-1)$ .
9. Доказать, что для любого кода с параметрами  $k, n, d$  над  $q$ -буквенным алфавитом выполнено неравенство  $k/n + (q/(q-1))(d/n) < 1 + (\log_q 3q^{2n})/n$
10. Найти параметры каскадного кода, в котором внешний код является кодом Рида-Соломона (с произвольной скоростью передачи), а внутренний код - кодом Адамара.
11. Доказать, что кривая Элайеса-Бассальго (ее уравнение  $k/n + n(1/2 - \sqrt{1-2d/n})/2 = 1$ ) лежит левее прямой  $k/n + 2d/n = 1$

## 9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов к экзамену.

1. Параметры кодов Хемминга
2. Оценка Хемминга.
3. Оценка Варшамова - Гилберта
4. Оценка Плоткина
5. NP полнота задачи коммивояжера.
6. NP полнота задачи раскраски графа в три цвета.
7. Коды БЧХ
8. Коды Рида — Маллера.
9. Коды Форни
10. Коды Возенкрафта



## 10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Основная литература:

1. Sergey Yekhanin, *Locally decodable codes*, NOW Publishers, 2010.

### Дополнительная литература:

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. - Алгоритмы: построение и анализ (изд. 2-е), Москва, «Вильямс», 2005

### Литература для самостоятельного изучения:

1. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый, «Классические и квантовые вычисления», Москва, Изд-во МНЦМО, 1999
2. А. Ромашенко, А. Румянцев, А. Шень. «Заметки по теории кодирования». Москва, Изд-во МЦНМО, 2011.
3. Madhu Sudan, A Crash Course on Coding Theory,  
<http://people.csail.mit.edu/madhu/coding/ibm/>
4. *Shu Lin, Daniel J. Costello, Jr. (1983). Error Control Coding: Fundamentals and Applications. Prentice Hall. ISBN 0-13-283796-X.*

### 10.1 Справочники, словари, энциклопедии

При освоении курса могут быть полезны материалы по темам, размещенные в онлайн энциклопедиях

<http://www.wikipedia.org>,

### 10.2 Программные средства

При решении некоторых задач нужно умение пользоваться программой «Математика».

### 10.3 Дистанционная поддержка дисциплины

Специальные дистанционные ресурсы не предусмотрены. Однако должна быть обеспечена возможность дистанционных консультаций по электронной почте и-или через skype.

## 11 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения семинаров не используется специальное оборудование, кроме, возможно, компьютерного проектора и системы видеозаписи учебных занятий.