



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Разработка автопилота квадрокоптера с применением SDRE-метода

Семион Александр
Аспирант 1-ого года обучения
spin7ion@gmail.com

Научный руководитель:
д.т.н. Афанасьев В.Н.

Автопилот	Алгоритм стабилизации
3DR Pixhawk	PID
DJI NAZA	Autotune PID
OpenPilot CC3D	cascade PID
NAZE32 F3	PID





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Представления вращения

Углы Эйлера и матрицы поворота Кватернионы

3 угла последовательного вращения осей.

Преимущества

Минимально-возможное количество параметров.

Необходимо знать только 3 угла

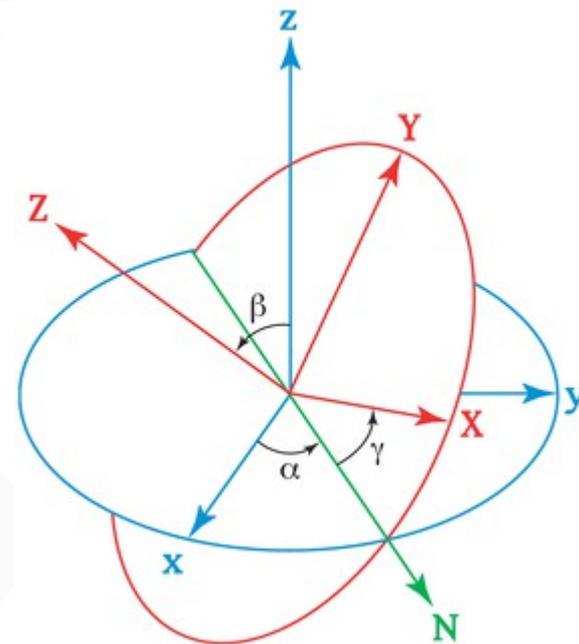
Просты в понимании

Недостатки

Множество альтернативных представлений, зависящих от последовательности применения поворотов (XYZ, ZYX, ...)

Сложность в нахождении конечного поворота

Проблема “шарнирного замка” или складывания рамок карданного подвеса



4 параметра, характеризующие ось поворота и угол поворота вокруг оси.

$$a + b\vec{i} + c\vec{j} + d\vec{k}$$

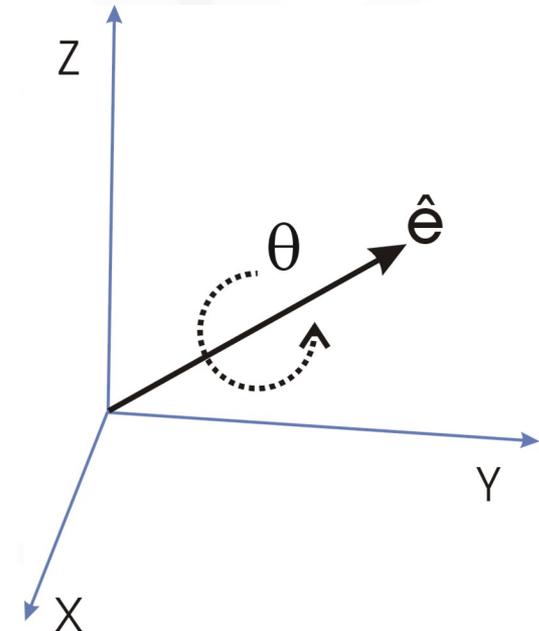
$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = -1$$

Преимущества

Для получения конечного поворота из 2^x необходимо меньше вычислительных ресурсов
Интегрирование скорости поворота производится быстрее

Недостатки

Неоптимальность представления с точки зрения количества параметров
Не подвержен проблеме “шарнирного замка”
Неочевидность представления



* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. — Москва Издательство "Наука", 1973.

Порядок построения математической модели летательного аппарата

Вводятся 2 системы координат: локальная (N(orth)E(ast)D(own)) и связанная

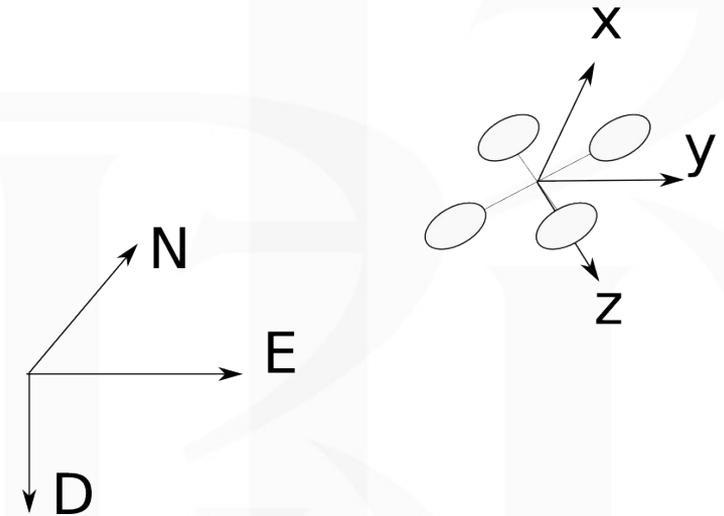
Вводятся 4 силы винтомоторных групп

Описываются дифференциальные уравнения угловых скоростей

Вводится кватернион, описывающий вращение

Дифференциальное уравнение компонент кватерниона выводится из свойств кватерниона:

$$\dot{\vec{\lambda}} = \frac{1}{2} \vec{\lambda} \circ \vec{\omega}$$

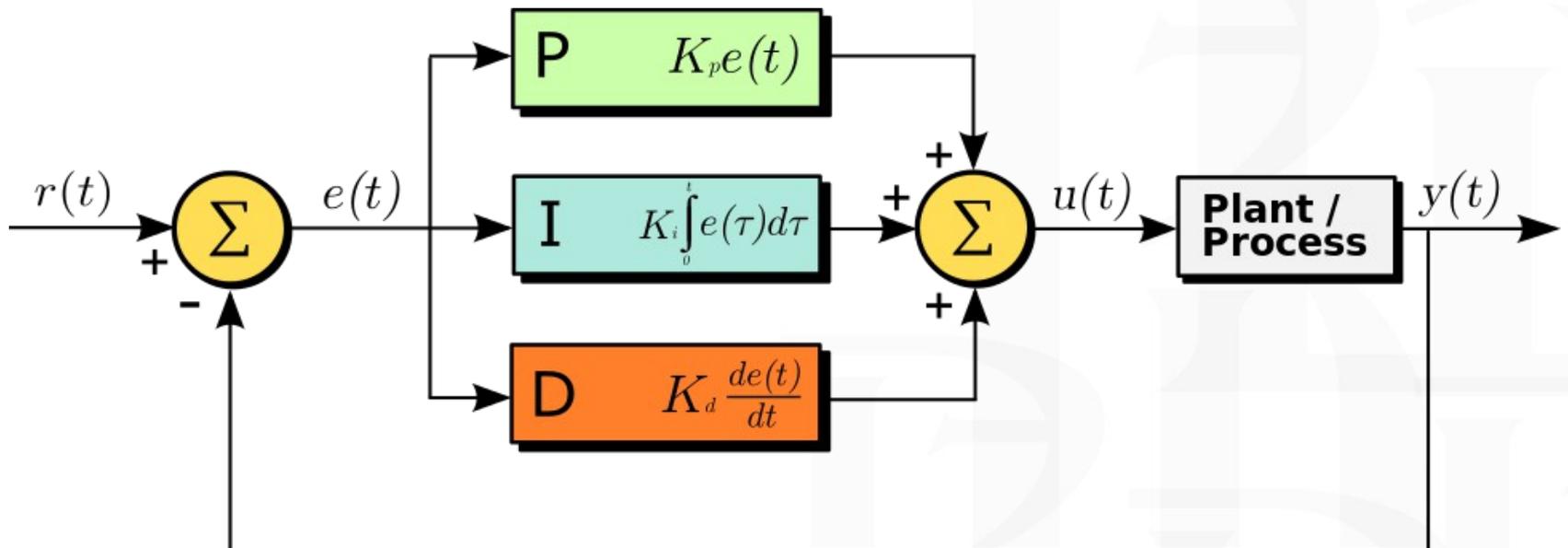


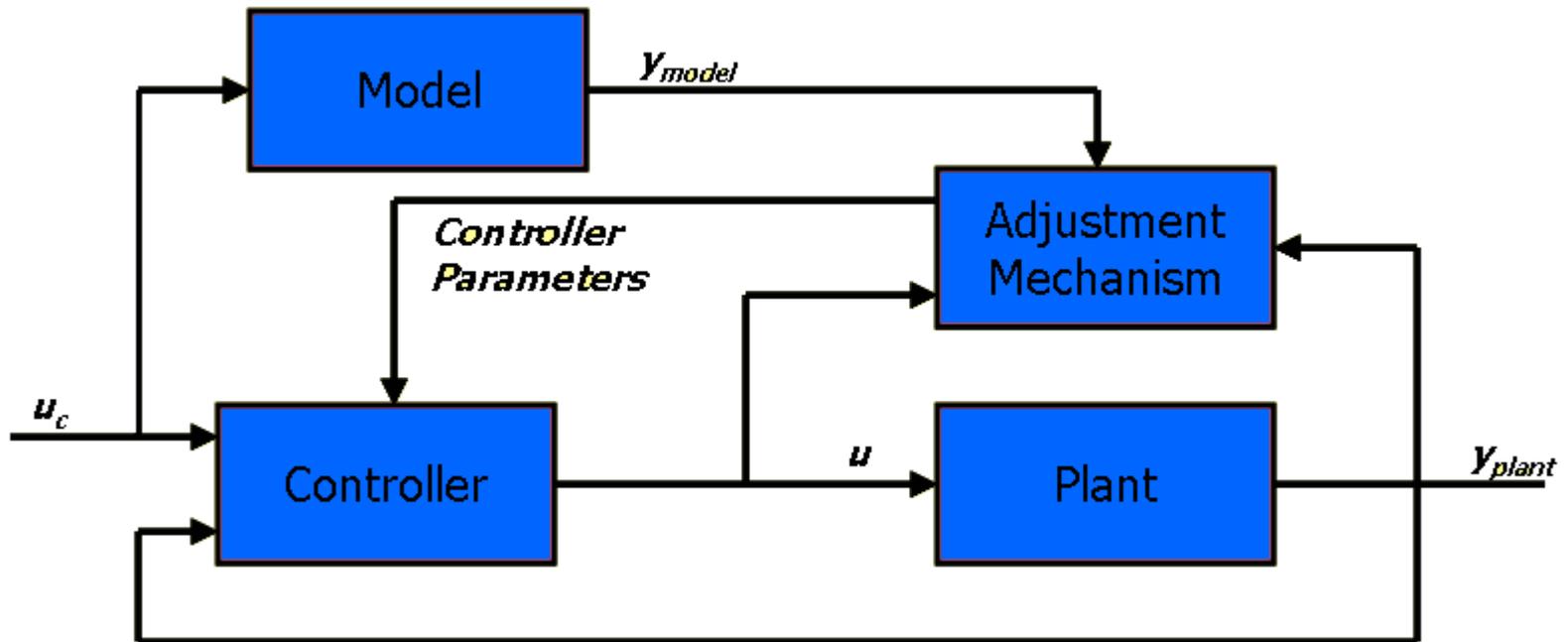
$$\begin{cases} \vec{\omega} = \begin{pmatrix} \frac{U_2}{I_x} \\ \frac{U_3}{I_y} \\ \frac{U_4}{I_z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{I_z - I_y}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \frac{I_x - I_z}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} \\ \frac{I_y - I_x}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} \end{pmatrix}, \\ \dot{\vec{\lambda}} = \frac{1}{2} \vec{\lambda} \circ \vec{\omega} \end{cases},$$



Типы управления

PID
MRAC
LQR
SDC





Для линейной системы

$$\frac{d}{dt} \vec{X} = A\vec{X} + B\vec{U}$$

Вводится квадратичный функционал качества

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{y^T(t) \cdot Q \cdot y(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t)\} dt$$

Тогда оптимальное управление описывается как $U(t) = -R^{-1}B^T S X(t)$
Здесь S – решение уравнения Риккати

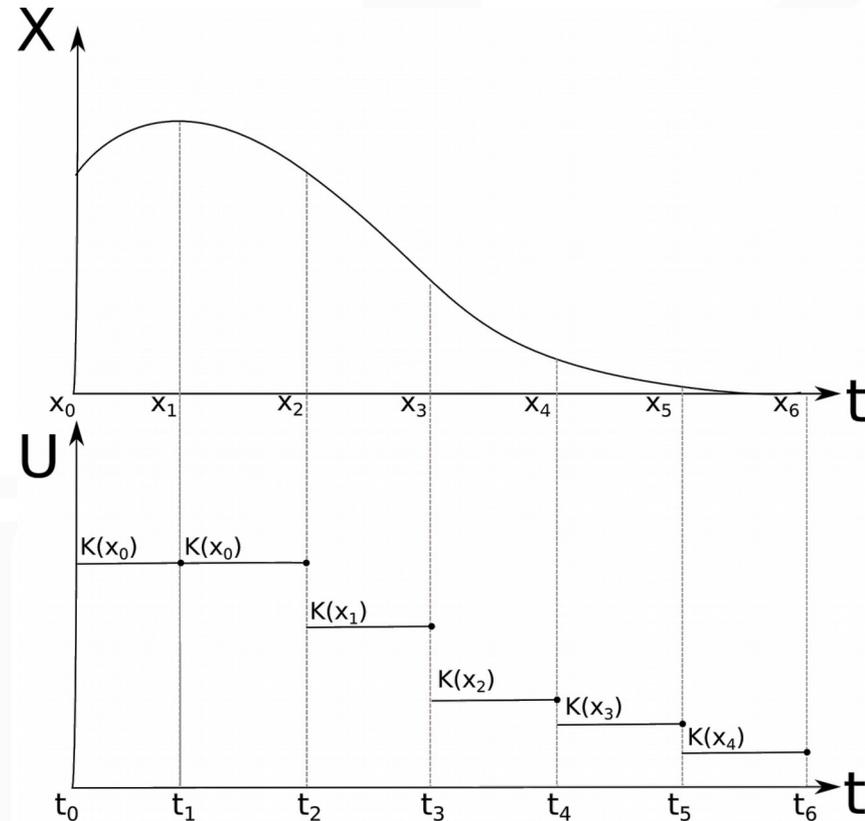
$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0$$

LQR предполагает, что задача управления поставлена для линейной системы
Большинство реальных систем нелинейны
При линеаризации теряется информация о нелинейной составляющей динамики

$$\frac{d}{dt} \vec{X} = f(\vec{X}) + B(\vec{X}) \vec{U}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{X} = A(X) \vec{X} + B(X) \vec{U}$$

Система линеаризуется состоянием в отдельные дискреты времени в реальном времени
 Величина дискрета зависит от скорости вычисляющего устройства
 Коэффициенты управления начинают вычисляться в начале дискрета на основе текущего состояния. До этого используются коэффициенты, вычисленные в прошлом дискрете



Введем квадратичный функционал и используем SDC подход

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{y^T(t) \cdot Q \cdot y(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t)\} dt$$

Управление

$$u(t) = -R^{-1} B^T S(X_i) X(t)$$

$S(X_i)$ решение уравнения Риккати

$$A(X_i)^T S(X_i) + S(X_i) A(X_i) - S(X_i) B R^{-1} B^T S(X_i) + Q = 0$$



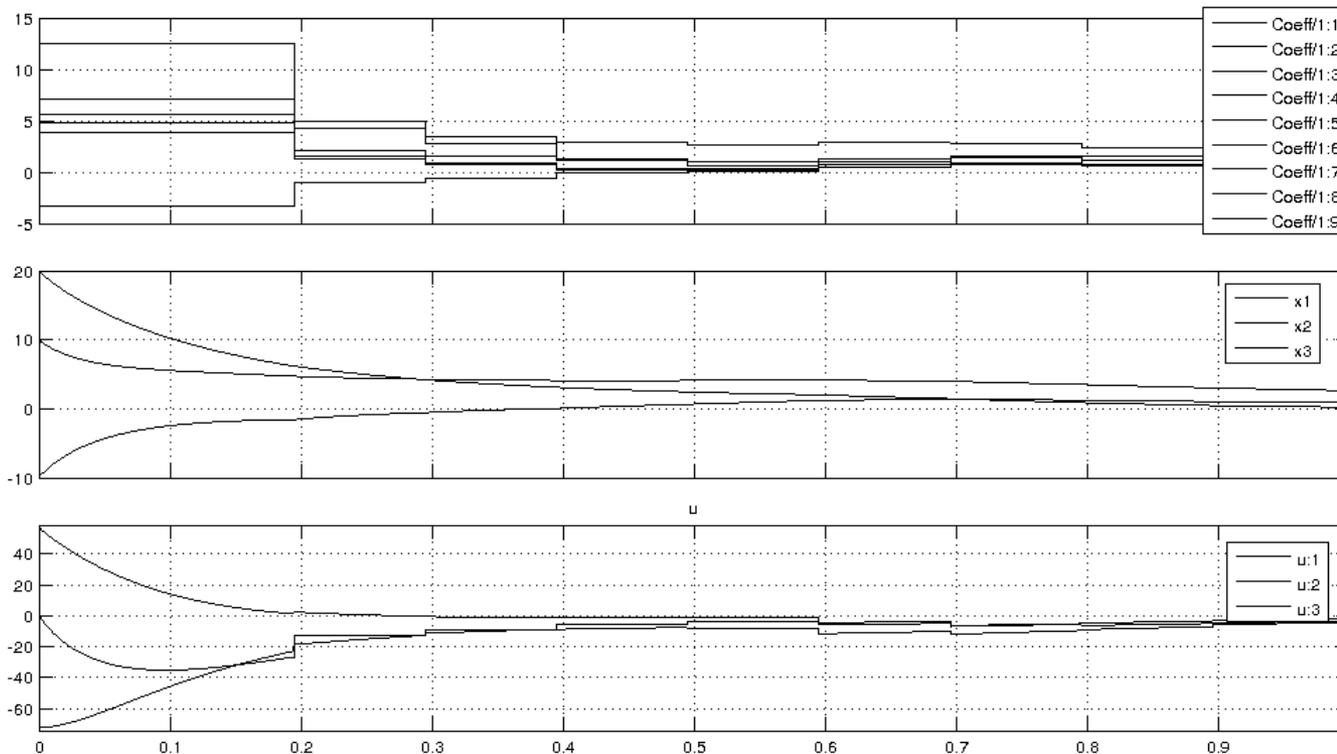
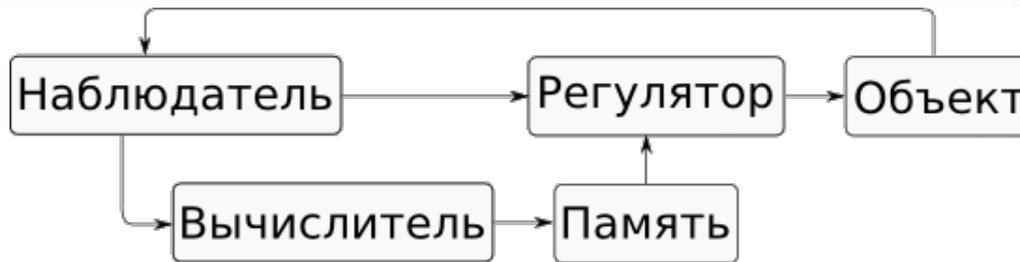
Онлайн решение

Хранение всех возможных коэффициентов в памяти



Проблемы с решением уравнения Риккати

Решение уравнения Риккати аналитически сложно
получить для систем с большой размерностью
Итерационные методы типа декомпозиции Шура
дают результат в 2.38мс на системе с 6 состояниями
Решение уравнения в реальном времени не всегда
возможно на микроконтроллерах



Компоненты кватерниона ограничены $[-1; 1]$

Угловые скорости возможно ограничить разумными пределами

Пространство состояний ограничено

Вычислитель имеет определенную точность

Пространство состояний возможно разбить на точки в соответствии с точностью

Для каждого возможного состояния вычисляются коэффициенты регулятора



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо
за внимание!

spin7ion@gmail.com