



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа дисциплины «Bayesian Methods—Advanced Machine Learning» для направления 09.06.01  
Информатика и вычислительная техника, профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обра-  
ботка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы про-  
грамм» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

## **Правительство Российской Федерации**

### **Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"**

#### **Программа дисциплины «Bayesian Methods—Advanced Machine Learn- ing»**

для направления 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, профили 05.13.01 «Систем-  
ный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»  
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Авторы программы:

Ветров Д.П., доцент, [dvetrov@hse.ru](mailto:dvetrov@hse.ru)

Кропотов Д.А., [dkropotov@yandex.ru](mailto:dkropotov@yandex.ru)

Одобрена на заседании Академического совета аспирантской школы по компьютерным наукам.  
«19» октября 2015 г.

Москва - 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими ву-  
зами без разрешения разработчика программы.*



## 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, профилям 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину и аспирантов направления 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ;
- Образовательной программой 09.06.01 Информатика и вычислительная техника подготовки аспиранта.
- Учебным планом подготовки аспирантов по направлению 09.06.01 Информатика и вычислительная техника, профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», утвержденным в 2015 г.

## 2. Цели освоения дисциплины

Изучение дисциплины «Bayesian Methods—Advanced Machine Learning» нацелено на освоение т.н. байесовского подхода к теории вероятностей как одного из последовательных способов математических рассуждений в условиях неопределенности. В байесовском подходе вероятность интерпретируется как мера незнания, а не как объективная случайность. Простые правила оперирования с вероятностью, такие как формула полной вероятности и формула Байеса, позволяют проводить рассуждения в условиях неопределенности. В этом смысле байесовский подход к теории вероятностей можно рассматривать как обобщение классической булевой логики.

Целью курса также является освоение аспирантами основных способов применения байесовского подхода при решении задач машинного обучения. Байесовский подход позволяет эффективно учитывать различные предпочтения пользователя при построении решающих правил прогноза. Кроме того, он позволяет решать задачи выбора структурных параметров модели. В частности, здесь удастся решать без комбинаторного перебора задачи селекции признаков, выбора числа кластеров в данных, размерности редуцированного пространства при уменьшении размерности, значений коэффициентов регуляризации и проч.

Предполагается, что в результате освоения курса аспиранты будут способны строить комплексные вероятностные модели, учитывающие структуру прикладной задачи машинного обучения, выводить необходимые формулы для решения задач обучения и вывода в рамках построенных вероятностных моделей, а также эффективно реализовывать данные модели на компьютере.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

**Знать:**



- основные положения байесовского подхода к теории вероятности и правила проведения байесовских рассуждений в условиях неопределенности,
- основные методы решения задач выбора модели в машинном обучении,
- основные одномерные и многомерные вероятностные распределения,
- методы оценивания значений параметров вероятностных распределений,
- простейшие методы вывода в вероятностных моделях,
- основные способы формализации ограничений задач из области машинного обучения в виде компонент вероятностных моделей;

**Уметь:**

- выводить необходимые формулы при оперировании с вероятностями,
- использовать матричные вычисления,
- выводить формулы при использовании вариационного подхода;

**Иметь навыки (приобрести опыт):**

- построения вероятностных моделей для решения практических задач машинного обучения,
- эффективной реализации алгоритмов вывода в вероятностных моделях на ЭВМ,
- проведения исследований и формирования/оформления отчетов о результатах исследований математических методов и алгоритмов в области конструирования вероятностных моделей для задач машинного обучения.

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает следующие компетенции:

Компетенция (указываются в соответствии с ОС НИУ ВШЭ)	Код по ОС НИУ ВШЭ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
способность к разработке фундаментальных основ и применению математического моделирования, численных методов и комплексов программ для решения научных и технических, фундаментальных и прикладных проблем	ПК-6	Способность строить вероятностные модели для решения практических задач машинного обучения	Практические занятия, домашние задания
готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	УК-3	Способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы	Домашние практические задания
готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках	УК-4	Способность описывать решение практических задач машинного обучения и формулировать результаты	Домашние практические задания
способность проводить исследования методов	ПК-4	Знание основных вероятностных распределений,	Лекции, практические занятия, домашние задания



преобразования информации в данные и знания, моделей данных и знаний, методов работы со знаниями, методов машинного обучения и обнаружения новых знаний, принципов создания и функционирования программных средств автоматизации указанных процессов		методов оценивания значенных параметров вероятностных распределений, простейших методов вывода в вероятностных моделях; способность строить вероятностные модели для решения практических задач машинного обучения	
способность проводить теоретические и экспериментальные исследования в области профессиональной деятельности	ОПК-1	Способность строить вероятностные модели для решения практических задач машинного обучения	Лекции, практические занятия, домашние задания
способность объективно оценивать результаты исследований и разработок, выполненных другими специалистами и в других научных учреждениях	ОПК-4	Знание основных положений байесовского подхода к теории вероятности, методов решения задач выбора модели в машинном обучении, способов формализации ограничений задач из области машинного обучения в виде компонент вероятностных моделей; способность строить вероятностные модели для решения практических задач машинного обучения	Лекции, практические занятия, домашние задания
способность к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в профессиональной области	ОПК-2	Способность эффективно реализовывать алгоритмы и проводить численные эксперименты для исследования задач в области конструирования вероятностных моделей для задач машинного обучения	Домашние практические задания

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к вариативной части для профилей 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Изучение данной дисциплины базируется на следующих базовых дисциплинах:

- линейная алгебра;
- теория вероятностей;
- математическая статистика.



Для освоения учебной дисциплины, аспиранты должны владеть

- знаниями
  - основных конструкций линейной алгебры,
  - основных понятий теории вероятности и правил работы с вероятностями,
  - основных понятий математической статистики и теории оценивания,
  - формулировок основных задач и алгоритмов их решения в области машинного обучения;
- навыками
  - программирования на языке C и в системе MatLab,
  - вывода формул и решения задач в области теории вероятности и математической статистики,
  - разработки алгоритмов и проведения экспериментальных исследований в области машинного обучения,
  - подготовки и оформления отчетов о проведенных исследованиях.

## 5. Тематический план учебной дисциплины

№	Название темы	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Вероятностные модели для задач машинного обучения. Байесовский подход к теории вероятностей.	44	4	4		36
2	Основные вероятностные распределения. Матричные вычисления.	42	4	4		34
3	Приближенные методы байесовского вывода: вариационный подход, MCMC, EM-алгоритм.	50	4	8		38
4	Байесовские модели машинного обучения.	88	8	12		68
5	Случайные процессы: гауссовский и Дирихле. Их использование в байесовских моделях машинного обучения.	42	4	4		34
	<b>Итого</b>	266	24	32		210

## 6. Формы контроля знаний аспирантов

Тип контроля	Форма контроля	Полугодие	Параметры
		1	
Текущий	Домашнее задание	3	Включает в себя написание программы, проведение экспериментов и написание отчета
Итоговый	Экзамен	1	Устный экзамен



## 7. Критерии оценки знаний, навыков

**Текущий контроль** знаний по дисциплине «Bayesian Methods—Advanced Machine Learning» осуществляется путем оценки усвоения материала при выполнении домашних заданий. Для каждого задания устанавливается срок сдачи. За каждый день просрочки задания устанавливается штраф 0.2 балла, но суммарно не более 4 баллов на каждое задание. Если студент не сдает какое-либо задание, он получает за него оценку 0.

При проверке заданий основное внимание должно уделяться отчету о выполнении задания. Для получения высокой оценки за задание аспиранту необходимо провести комплексное исследование в рамках задания, сделать выводы о достоинствах и недостатках исследуемых методов, грамотно обосновать все сделанные выводы. Допущенные в задании ошибки квалифицируются на две категории. К первой группе относятся ошибки, которые обнаруживаются исходя из здравого смысла (рассмотрение предельных случаев, выполнение на практике теоретических свойств алгоритмов типа монотонности изменения значения оптимизируемого функционала и т.д.). Такие ошибки относятся к категории грубых и влекут за собой снижение оценки за задание, а в ряде случаев и к переделыванию задания в виде другого варианта. Ко второй группе относятся ошибки, для обнаружения которых требуется изощренный экспериментальный протокол. За такие ошибки оценка за задание не снижается или снижается незначительно.

**Итоговый контроль** знаний осуществляется в виде устного экзамена.

## 8. Порядок формирования оценок по дисциплине

**Накопленная оценка** за текущий контроль формируется из оценок за три практических задания ( $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ ) следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = \frac{1}{3}O_1 + \frac{1}{3}O_2 + \frac{1}{3}O_3$$

и округляется по арифметическим правилам.

Итоговая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{итог}} = \begin{cases} 0, & \text{если } O_{\text{накопленная}} = 0 \\ O_{\text{экс}}, & \text{если } O_{\text{экс}} < 4 \\ 0.5(O_{\text{накопленная}} + O_{\text{экс}}) & \text{в противном случае} \end{cases}$$

и округляется по арифметическим правилам.

## 9. Содержание дисциплины

### Байесовский подход к теории вероятностей. Примеры байесовских рассуждений.

Частотный и вероятностный подходы к теории вероятностей. Интерпретация вероятности как меры нашего незнания, сравнение байесовских рассуждений с логическими. Байесовские сети и основные задачи в них. Пример жизненной ситуации «Джон и колокольчик для воров». Вывод формул для апостериорных вероятностей.

*Ликбез:* условная вероятность, формула Байеса и ее применение, формула полной вероятности.



### **Аналитический байесовский вывод.**

Сопряжённые распределения. Экспоненциальное семейство распределений, его свойства. При-  
меры.

### **Решение задачи выбора модели по Байесу. Обоснованность модели. Полный байе- совский вывод.**

Вывод формул для принятия решения. Принцип наибольшей обоснованности как метод макси-  
мального правдоподобия для моделей. Половинчатость данного подхода, полный вывод по  
Байесу. Интерпретация понятия обоснованности, ее геометрический смысл, бессмысленность  
бесконечно гибкого решающего правила, иллюстративные примеры, связь с принципом Окка-  
ма. Байесовская проверка гипотез.

*Ликбез:* принцип Оккама, ad hoc гипотезы.

### **Матричные вычисления и стандартные распределения.**

Векторно-матричные преобразования, дифференцирование по вектору и по матрице. Основные  
матричные тождества. Одномерное и многомерное нормальное распределение, гамма-, бета-  
распределение, распределение Дирихле и Уишарта, их основные свойства.

### **Линейная регрессия и метод релевантных векторов для задачи регрессии.**

Обобщенные линейные модели, вероятностная модель линейной регрессии. Метод релевантных  
векторов, вывод формул для регрессии. Приближение Лапласа для оценки обоснованности в  
случае задачи классификации, его достоинства и недостатки. Свойства решающего правила  
RVM.

### **Метод релевантных векторов для задачи классификации.**

Логистическая и мультиномиальная регрессия. Приближение Лапласа. Метод релевантных век-  
торов для задачи классификации. Оценка Jaakkola-Jordan.

### **EM-алгоритм, байесовская модель PCA.**

EM-алгоритм в общем виде. EM-алгоритм как покоординатный подъем. EM-алгоритм для зада-  
чи разделения смеси нормальных распределений. Вероятностная модель главных компонент  
(PCA), её преимущества относительно стандартного PCA. Автоматический выбор количества  
главных компонент с помощью байесовского подхода.

### **Приближенные способы байесовского вывода: вариационный подход.**

Приближенные методы байесовского вывода. Минимизация дивергенции Кульбака-Лейблера и  
факторизованное приближение. Идея вариационного подхода, вывод формул для вариационной  
линейной регрессии.

*Ликбез:* дивергенция Кульбака-Лейблера, гамма-распределение.



### **Байесовская смесь нормальных распределений.**

Распределение Гаусса-Уишарта. Расширенная модель смеси нормальных распределений с априорными распределениями на параметры. Автоматический выбор количества компонент в смеси с помощью вариационного подхода.

*Ликбез:* распределение Дирихле.

### **Приближенные способы байесовского вывода: методы Монте Карло по схеме марковских цепей (MCMC).**

Приближение вероятностных интегралов с помощью сэмплирования из распределения. Теоретические свойства марковских цепей: однородность, эргодичность, инвариантные распределения. Общая схема методов MCMC. Схема Гиббса. Схема Метрополиса-Хастингса. Примеры применения.

*Ликбез:* методы генерации выборки из одномерных распределений.

### **Тематические модели.**

Тематическая модель Latent Dirichlet Allocation (LDA). Обучение и вывод в модели LDA с помощью вариационного подхода. Вывод в модели LDA с помощью схемы Гиббса. Способы использования LDA.

### **Гауссовские процессы.**

Гауссовские процессы в задачах регрессии и классификации. Выбор наиболее адекватной ковариационной функции.

*Ликбез:* случайные процессы.

### **Процессы Дирихле.**

Методы генерации выборки из распределения Дирихле. Случайный процесс Дирихле. Процессы китайского ресторана и разлома палки (stick-breaking). Разделение смеси распределений с использованием процесса Дирихле: на базе MCMC и на базе вариационного вывода.

## **10. Образовательные технологии**

В учебном процессе используются следующие образовательные технологии:

№ п/п	Вид занятия	Форма проведения занятий	Цель
1	Лекция	Изложение теоретического материала	Получение теоретических знаний по дисциплине
2	Мультимедийная лекция	Изложение теоретического материала с показом слайдов, видео, а также с демонстрацией работы	Повышение степени понимания материала, осознание достоинств и недостатков каждого метода



		методов на различных данных при разных условиях	
3	Самостоятельная работа аспиранта	Проведение математических выкладок, решение задач	Повышение степени понимания теоретического материала, отработка навыков использования обсуждаемых методов в новых условиях
4	Самостоятельная работа аспиранта на ЭВМ	Реализация методов решения задания на ЭВМ, проведение экспериментов	Развитие и закрепление навыков реализации методов на ЭВМ, отработка навыков проведения экспериментальных исследований математических методов, осознание достоинств и недостатков методов

## 11. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации аспиранта

### Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов к экзамену по всему курсу для самопроверки аспирантов

1. Вероятностные модели. Основные задачи, решаемые с помощью вероятностных моделей. Примеры.
2. Байесовский подход к теории вероятностей. Примеры байесовских рассуждений.
3. Сопряжённые распределения.
4. Байесовская проверка гипотез.
5. Решение задачи выбора модели по Байесу. Обоснованность модели. Полный байесовский вывод.
6. Одномерное и многомерное нормальное распределение. Его основные свойства.
7. Вероятностная модель линейной регрессии. Метод релевантных векторов для задачи регрессии.
8. Логистическая и мультиномиальная регрессия. Метод релевантных векторов для задачи классификации.
9. EM-алгоритм для восстановления гауссовской смеси.
10. EM-алгоритм в общем виде. EM-алгоритм как по координатный подъем. Примеры применения.
11. Вероятностная модель главных компонент. Подбор числа главных компонент с помощью байесовского подхода.
12. Вариационный подход для приближенного Байесовского вывода.
13. Вариационная линейная регрессия.
14. Теоретические свойства марковских цепей. Общая схема методов Монте Карло с марковскими цепями.
15. Схема Метрополиса-Хастингса. Схема Гиббса.
16. Решение задачи автоматического выбора количества компонент в гауссовской смеси на основе вариационного подхода.
17. Тематическая модель LDA. Вариационный вывод в модели.
18. Коллапсированная схема MCMC для тематической модели LDA.



19. Гауссовские процессы для регрессии и классификации. Автоматический подбор ковариационной функции.
20. Процесс Дирихле. Представления процесса с помощью китайского ресторана и схемы разлома палки.
21. Использование процесса Дирихле для гауссовской смеси. Схема МакИчерна.
22. Использование процесса Дирихле для гауссовской смеси. Вариационный подход.
23. Основные понятия математической статистики, функция правдоподобия, метод максимального правдоподобия, его недостатки.
24. Условная вероятность. Правило суммы и произведения для вероятностей. Формула Байеса. Условная независимость случайных величин.
25. Гамма и бета-распределения. Сопряжённые распределения, их свойства, примеры.
26. Распределение Дирихле, его основные свойства.
27. Тожество Вудбери и лемма об определителе матрицы.
28. Общая схема EM-алгоритма. Примеры применения.
29. Вариационный подход для приближенного байесовского вывода.
30. Методы генерации выборки из одномерного распределения.
31. Схема Гиббса.
32. Дивергенция Кульбака-Лейблера, её использование для поиска аппроксимирующих распределений.
33. Достаточные статистики. Экспоненциальное семейство распределений, примеры.
34. Основные понятия теории случайных процессов, ковариационная функция, гауссовский процесс и процесс Дирихле.

## 12. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Базовый учебник

*Нет.*

### Основная литература

Alpaydin, E. Introduction to Machine Learning. Cambridge, MA: MIT Press, 2014

### Дополнительная литература

Flach P. Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data. Cambridge University Press, 2012-2014

### Литература в открытом доступе:

1. Barber D. Bayesian Reasoning and Machine Learning. Cambridge University Press, 2012. [www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.barber/brml/](http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/d.barber/brml/)
2. Bishop C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. Springer, 2006. <http://research.microsoft.com/~cmbishop/prml/>
3. Mackay D.J.C. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms. Cambridge University Press, 2003. <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/itprnn/book.html>
4. S. Roweis. Заметки по матричным вычислениям и свойствам гауссовских распределений <http://cs.nyu.edu/~roweis/notes.html>
5. M. Vallentin. Памятка по теории вероятностей. <http://matthias.vallentin.net/probability-and-statistics-cookbook/>



6. Ветров Д.П., Кропотов Д.А. Байесовские методы машинного обучения, учебное пособие по спецкурсу, 2007. Файлы BayesML-2007-textbook-1.pdf, BayesML-2007-textbook-2.pdf на вики-ресурсе MachineLearning.ru.
7. Tipping M. Sparse Bayesian Learning. Journal of Machine Learning Research, 1, 2001, pp. 211-244. <http://jmlr.csail.mit.edu/papers/volume1/tipping01a/tipping01a.pdf>
8. Шумский С.А. Байесова регуляризация обучения. В сб. Лекций по нейроинформатике, часть 2, 2002. <http://www.niisi.ru/iont/ni/Library/School-2002/Shumsky-2002.pdf>

### **Программные средства**

Для успешного освоения дисциплины, аспирант использует следующие программные средства:

- MatLab,
- LaTeX.

### **13. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Необходимое оборудование для лекций: мультимедийное оборудование (компьютер для презентаций, проектор), доска.

Необходимое программное обеспечение: системы демонстрации презентаций (MS Power Point, Adobe Reader), системы технических вычислений для выполнения практических заданий и демонстраций работы моделей на лекциях (MatLab, MS Excel).