

Оптимальные графы для децентрализованного поиска

После лирического вступления о красоте присущей объектам, возникающим как решения различных оптимизационных задач, докладчик приступил к описанию своей оптимизационной задачи, встающей в рамках одного из подходов к решению задачи поиска ближайших соседей (вообще говоря в произвольном метрическом пространстве). Идея подхода в том, чтобы организовать имеющиеся объекты в некоторый граф, а потом искать ближайший к запросу объект, перемещаясь по ребрам графа. Самый простой такой поисковый алгоритм – жадный поиск. Он перебирает соседей текущей вершины, вычисляет их расстояния до запроса, берет соседа с самым маленьким расстоянием. Если этот сосед ближе к запросу, чем текущая вершина, алгоритм перемещается в него. Если не ближе, то алгоритм останавливается и выдает текущую вершину как ближайший к запросу объект в графе. Оптимизационная проблема состоит в том, чтобы научиться строить граф, на котором этот алгоритм будет работать максимально хорошо. В общем случае последнее подразумевает не только скорость но и вероятность правильного ответа (в высоких размерностях не ясно, как быстро строить графы, гарантирующие правильный ответ).

Как упомянул докладчик, не сильно усложненный вариант описанного алгоритма приближенного поиска k ближайших соседей претендует на чемпионство в своей области применения. Эмпирически установлено, что на одну операцию поиска у этой реализации в среднем уходит логарифмическое от количества вершин число действий (подсчетов расстояния). При заданной точности время работы растет как $\log^2 n$ (чтобы держать точность на уровне нужно искать $O(\log n)$ раз). Кроме скорости, к преимуществам метода докладчик относит его децентрализованность: поиск можно выполнять, начиная с любой вершины и никакая вершина не имеет выделенной роли. Это внушает надежду на то что подобные алгоритмы найдут применение в $P2P$ сетях.

Были показаны примеры оптимальных графов жадного поиска на решетках 4×4 и 5×5 в \mathbb{R}^2 , а также более большие но приближенно оптимальные графы. Для этого простого случая решеток в \mathbb{R}^2 был поднят вопрос о том, как выглядит оптимальный для жадного поиска граф и каково же оптимальное среднее число действий.

Доклад был очень живым и веселым, вроде все было понятно. Также приятно, что были поставлены интересные математические вопросы. Хотя мне бы понравилось больше, если бы приоритеты докладчика сместились от философско-эстетических посылов в сторону большего количества подробностей про реальный алгоритм поиска ближайших соседей.