



# Нарушения в расписании приёма пациентов

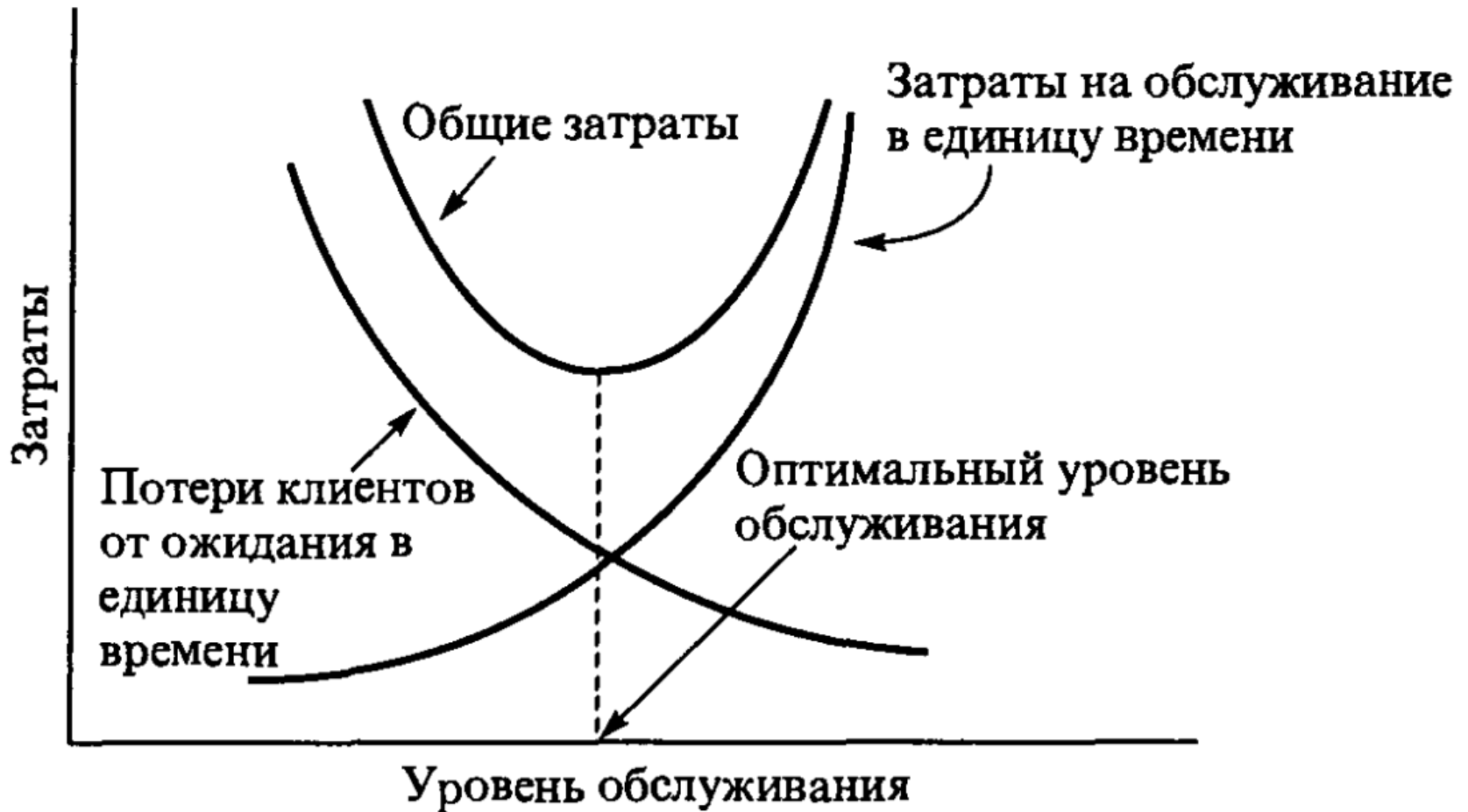
*Малахов Кирилл Владимирович*

*Научный руководитель: Пьяных Олег Станиславович*

# Основные идеи

- Создать оптимальный и устойчивый алгоритм формирования очереди клиентов с учётом их прихода и существующего расписания
- **Объект исследования:** очередь амбулаторных пациентов к врачу на приём.
- **Основная идея** заключается не в построении идеального расписания, а в постоянном изменении расписания после получения дополнительных данных о входящем потоке клиентов

# Стоимостная модель системы обслуживания



# Первые исследования

- N. Bailey «A Study of Queues and Appointment Systems in Hospital Outpatient Departments with Special Reference to Waiting Times»; Journal of the Royal Statistical Society 14, 1952, pp 185-190.
- N. Bailey «Queuing for Medical Care» Applied Statistics, Journal of the Royal Statistical Society 3, 1954, pp 137-145.
- D.V. Lindley «The Theory of Queues with a Single Server»; Proceeding Cambridge Philosophy Society, 48, 1952, pp 277-289.



Необходимо одновременно увеличивать удовлетворенность пациентов и повышать утилизацию медицинского учреждения.

# Кто занимается этой проблемой?

---



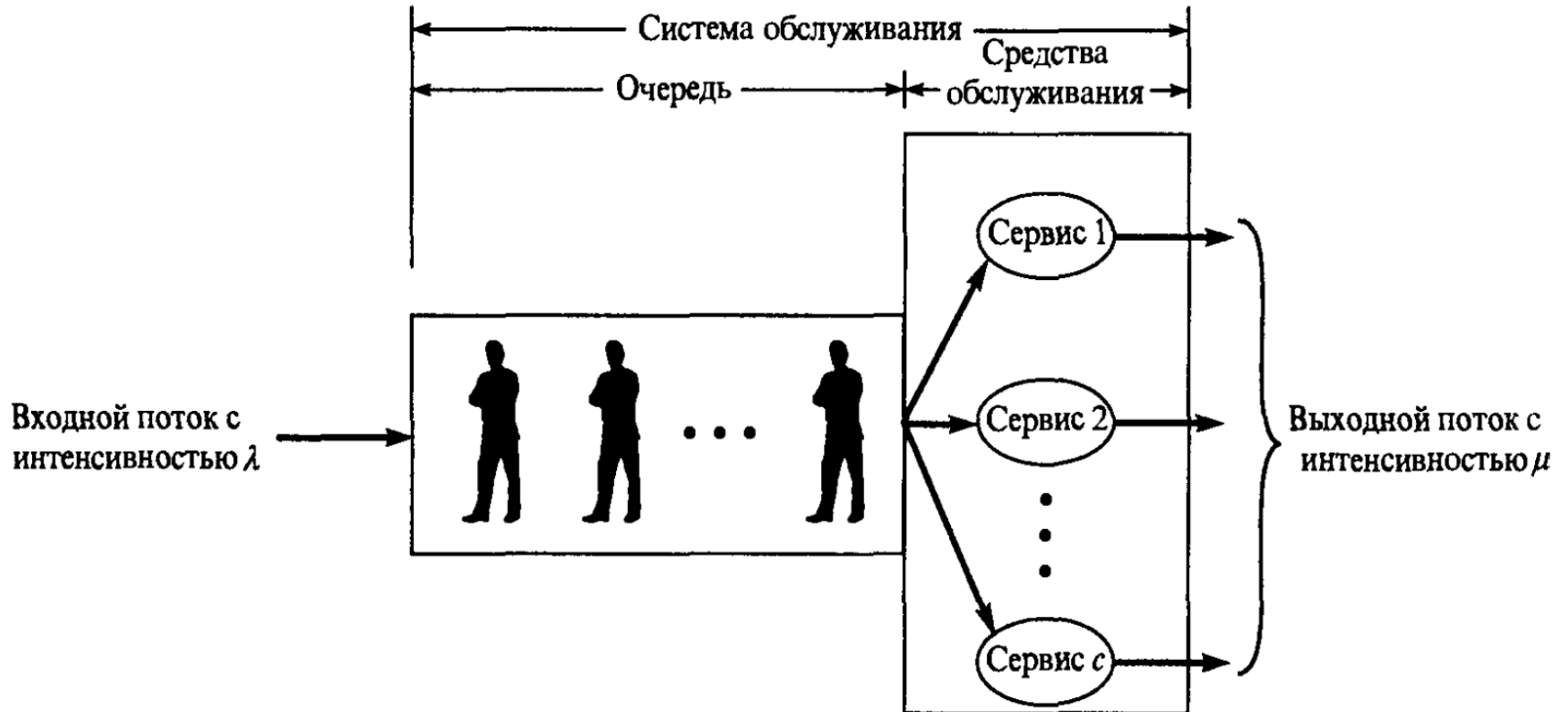
# Теория расписаний

Множество задач  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  с определённым набором весов

Множество серверов  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ .

Задача дискретной оптимизации: построить некоторое расписание, минимизирующее время выполнения задач, их стоимость и т.д.

# Теория очередей



# Потоки Пуассона

**Потоки Пуассона** – однородный стационарный поток без последствий.

Число событий  $n$ , выпадающих на интервал длины  $i$ , распределено по закону

Пуассона: 
$$P(n, x) = \frac{(\lambda x)^n e^{-\lambda x}}{n!}.$$

**НО:** такие потоки редко можно встретить на практике, но они вполне допустимы для моделирования.

Время между последовательными поступлениями клиентов, а также время на их обслуживание описывается экспоненциальным распределением, плотность которого формулируется следующим образом:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t > 0,$$

где  $M\{t\} = 1/\lambda$  - математическое ожидание,  $\lambda$  – количество событий в единицу времени.



# Классификация систем массового обслуживания

$$(a/b/c):(d/e/f),$$

где

$a$  – тип распределения моментов времени поступления событий в систему (входной поток),

$b$  – тип распределения времени обслуживания (выходной поток),

$c$  – количество параллельных сервисов обслуживания,

$d$  – тип очереди,

$e$  – максимальная ёмкость системы обслуживания, учитывая обслуживаемых событий и находящихся в очереди,

$f$  – ёмкость потока.

# Классификация систем массового обслуживания (1/3)

Для  $a$  и  $b$  имеются следующие стандартные распределения:

$M$  – пуассоновское распределение (или марковское) распределение,

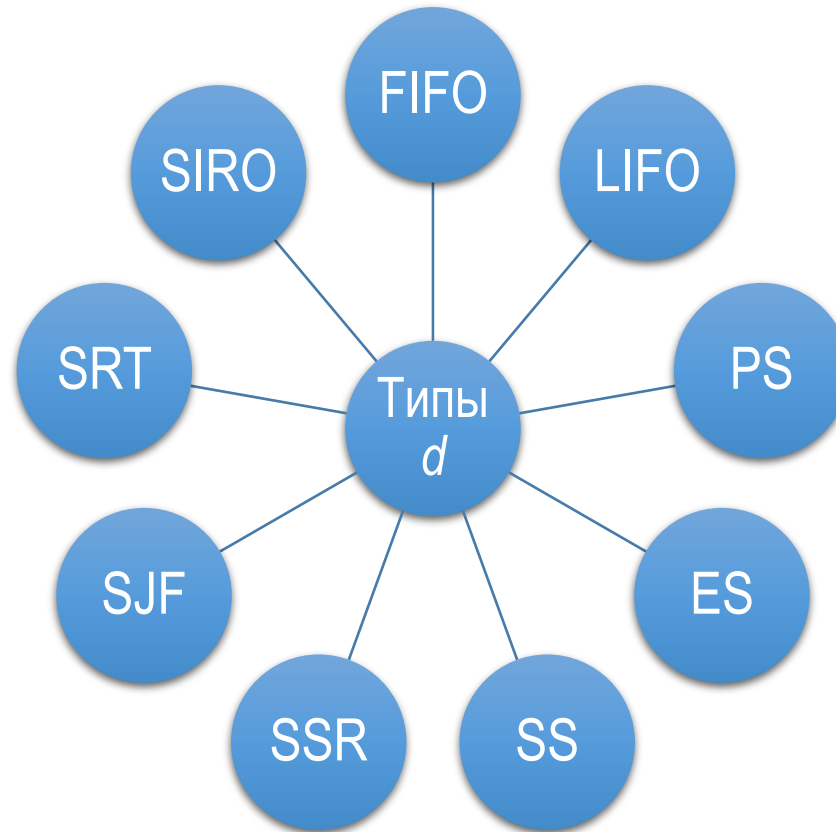
$D$  – фиксированные или детерминированные интервалы времени между моментами поступлений событий в систему или продолжительность обслуживания,

$E_k$  – распределение Эрланга или гамма-распределение,

$GI$  ( $G$ ) – произвольное распределение моментов поступления событий в систему (продолжительность обслуживания клиентов).

# Классификация систем массового обслуживания (2/3)

Для  $d$  существуют следующие типы:



# Классификация систем массового обслуживания (3/3)

Для задачи расписания с последующим управлением этого расписания, мы получим:

$$(M, M, 1): (FIFO, N, \infty)$$

или

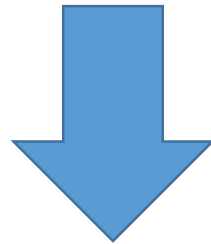
$$(M, M, 1): (FIFO, N, K).$$

# Формализация задачи

$J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  – множество пациентов

$M$  – отдельный врач, который имеет собственное расписание  $R$

Всё время работы врача разделяется на несколько периодов, во время которых обслуживается один пациент. Назовём эти отрезки слотами:  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ .



$R = \{J_1, J_2, \dots, J_n, S_1, S_2, \dots, S_m\}$  – идеальное расписание

# Формализация задачи

$K = K(M, R, J_n)$  – функция качества обслуживания.

$$K(M, R, J_n) < K_{огр}, \forall n$$

$S = S(M, R, J_n)$  – выручка, получаемая от каждого пациента.

$S_{total} = \sum_n S(M, R, J_n) \rightarrow \max$  – получение максимальной выручка от врача.

$K_{total} = \sum_n K(M, R, J_n) \rightarrow \min$  – минимизация времени ожидания пациента в очереди.

# Формализация задачи

В итоге получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \{J_1, J_2, \dots, J_n, S_1, S_2, \dots, S_m\}, \\ K(M, R, J_n) < K_{\text{огр}}, \forall n, \\ S_{\text{total}} = \sum_n S(M, R, J_n), \\ K_{\text{total}} = \sum_n K(M, R, J_n), \\ S_{\text{total}} + \frac{\text{Const}}{K_{\text{total}}} \rightarrow \max \end{array} \right.$$

# Свойства модели и его решения



- Устойчивость

- Простота

- Удовлетворение критериям качества



# Факторы, влияющие на расписание

1. Число этапов (число последовательных сервисов)
2. Число сервисов в этапе (число параллельных сервисов)
3. Число приёмов у врача
4. Процесс обслуживания пациента врачом
5. Перерывы в приёме и опоздания врача
6. Тип очереди
7. Прибытие пациентов

# Прибытие пациентов

1. Непунктуальность пациента
2. Неявка пациента (no-show)
3. Срочные и с высоким приоритетом пациенты (emergency)
4. Пациенты без предварительной записи (walk-ins)
5. Компаньоны пациента

# Очередь с буфером

$T$  — размер слота (время обслуживания пациента);

$T_1$  — максимальное время опоздания пациентов, при котором он ещё остается в основной очереди;

$T_2$  — максимальное время ожидания в штрафной очереди, после чего пациент обслуживается первым приоритетом;

$T_3$  — время опоздание клиента, при котором мы его считаем потерянным для нас, в будущем его можно считать, как новоявленным клиентом, чтобы не усложнять модель

*Запаздывание очереди* – время, на которое смещается приём пациентов.

# Очередь с буфером

Из определений можно вынести некоторый здравый смысл:

1.  $T_1 < T_3$ , иначе клиенты никогда не будут попадать в штрафную очередь;
2.  $T < T_1$ , т.к. нам незачем отправлять клиентов в штрафную очередь, т.к. если в очереди уже есть кто-нибудь, то оно пойдёт первым. Опять, если же основная очередь пуста и клиент опоздал, то пойдёт кто-нибудь из штрафной очереди, если он там есть.

# Очередь с буфером

*Утверждение 1.* В штрафной очереди может находиться только один пациент.

*Утверждение 2.* Основная очередь может запаздывать не больше чем на максимальное время опоздания пациентов ( $T_3$ ).

*Утверждение 3.* Максимальное время ожидания пациента *меньше*  $T_3$ .

*Утверждение 4.* Максимальное время простоя врача с приоритетной очередью *меньше*, чем  $T_3$ .

*Утверждение 5.* Максимальное время ожидания пациента с приоритетной очередью *меньше*, чем  $T_3$ .

# Задачи

1. Изучить существующие методы построения расписаний в различных областях
2. Классифицировать нарушения расписания в очереди и объяснить их появления
3. Создать математическую модель, учитывающая фактор неустойчивости
4. Предложить алгоритм формирования очереди пациентов с минимальным временем ожидания и максимальной загрузкой медицинского учреждения
5. Доказать оптимальность и устойчивость построенного алгоритма
6. Вывести критерии качества работы алгоритма и по ним оценить его на реальных данных
7. Внедрить и апробировать алгоритм в действующем медицинском учреждении

# Литература

1. Хемди А. Таха «Введение в исследование операций»; 7-е издание, ИД «Вильямс», 2005 год.
2. А.Я. Хинчин «Работы по теории массового обслуживания»; ГИФМЛ, 1963 год.
3. Tugba Cayirli, Emre Veral «Outpatient scheduling in health care: a review of literature»; Production and Operations Management, Winter 2003, 12, 4, pp 519-549.
4. N. Bailey «A Study of Queues and Appointment Systems in Hospital Outpatient Departments with Special Reference to Waiting Times»; Journal of the Royal Statistical Society 14, 1952, pp 185-190.
5. N. Bailey «Queuing for Medical Care» Applied Statistics, Journal of the Royal Statistical Society 3, 1954, pp 137-145.

# Литература

6. D.V. Lindley «The Theory of Queues with a Single Server»; Proceeding Cambridge Philosophy Society, 48, 1952, pp 277-289.
7. C. Liao, C.D. Pegden, M. Rosenshine «Planning Timely Arrivals to a Stochastic Production or Service System»; IIE Transactions, 25, 5, 1993, pp 63-73.
8. J. Wang, R.Y.K. Fung «Dynamic appointment scheduling with patient preferences and choices»; Industrial Management and Data Systems, 115, 4, 2015, pp 700-717.



---

**Спасибо!**