

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор

\_\_\_\_\_ С.Ю. Роцин

Одобрено на заседании  
Академического совета  
Аспирантской школы по...наукам  
Протокол № 14 от 28 марта 2016

Согласовано

Академический директор  
Аспирантской школы по математике

\_\_\_\_\_ / А.Г.Горинов/

## **ПРОГРАММА**

**вступительного испытания по специальной дисциплине  
для поступающих на обучение по программам подготовки  
научно-педагогических кадров в аспирантуре**

**Направление – 01.06.01 Математика и механика**

**Профиль (направленность) - 01.01.03 Математическая физика**

Москва, 2016



## 1. Область применения и нормативные ссылки

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета или магистратуры.

## 2. Структура вступительного экзамена

**Форма проведения испытания:** очная.

**Структура вступительного экзамена:**

Экзамен состоит из письменной и устной части. Письменная часть оценивается по 10 балльной шкале. Итоговая оценка выставляется комиссией на основе оценки за письменную часть и результатов устного экзамена.

**Оценка уровня знаний (баллы):**

Каждый вопрос оценивается по десятибалльной шкале. Итоговая оценка выставляется по 5-балльной шкале по следующему принципу пересчета:

"Отлично" - 8-10 баллов (по 10-балльной шкале);

"Хорошо" - 6-7 баллов (по 10-балльной шкале);

"Удовлетворительно" - 4-5 баллов (по 10-балльной шкале);

"Неудовлетворительно" - 0-3 балла (по 10-балльной шкале).

**Критерии оценивания**

	Баллы
Ответ полный без замечаний, продемонстрировано рабочее знание предмета	10-8
Ответ полный, с незначительными замечаниями	6-7
Ответ не полный, существенные замечания	4-5
Ответ на поставленный вопрос не дан.	0-3

Невыполнение одного из заданий (или отказ от его выполнения) является, как правило, основанием для выставления неудовлетворительной оценки за кандидатский экзамен в целом.

### 3. Содержание

Поступающие в аспирантуру должны продемонстрировать знание следующих тем.

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решения линейных уравнений и систем произвольного порядка с постоянными коэффициентами. Автономные системы дифференциальных уравнений.
2. Ряд и преобразование Фурье и их основные свойства. Применение для решения дифференциальных уравнений.
3. Линейные операторы и их матрицы в конечномерном вещественном и комплексном пространстве. Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Спектральное представление линейного оператора.
4. Интегральные уравнения Фредгольма. Метод последовательных приближений. Теоремы Фредгольма.
5. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Решение нелинейных дифференциальных уравнений 1-ого порядка методом характеристик.
6. Обобщенные функции и их свойства. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Построение фундаментального решения линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами. Функции Грина.
7. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типа. Постановка основных краевых и начальных задач и их методы решения.
8. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема о внутренней устранимой особенности).
9. Разложение голоморфных функций в ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек. Теорема Коши о вычетах. Целые функции. Теорема Лиувилля.
10. Аналитическое продолжение. Римановы поверхности.



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа кандидатского экзамена по научной специальности «...»

## **ПРИМЕР ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА (ЗАДАНИЙ ПИСЬМЕННОГО ЭКЗАМЕНА)**



ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ГУ-ВШЭ  
ПИСЬМЕННЫЙ ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В АСПИРАНТУРУ

12 октября 2010 г.

(продолжительность экзамена 5 часов)

1. Группа  $G$  всех целочисленных векторов на плоскости относительно сложения содержит подгруппу  $H$ , состоящую из векторов с четными координатами, сумма которых делится на 3. Найдите разложение факторгруппы  $G/H$  в прямую сумму циклических групп.
2. Перечислите все группы порядка 35 с точностью до изоморфизма.
3. Пусть  $V$  — векторное пространство размерности  $n$  над полем из  $q$  элементов. Сколько существует пар векторных подпространств  $(\ell, \Pi)$ , где  $\ell \subset \Pi \subset V$ , и  $\dim \ell = 1$ ,  $\dim \Pi = n - 1$ ?
4. Функция  $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ставит в соответствие точке в  $\mathbb{R}^n$  ее предмаксимальную по величине координату. Пусть  $I$  — единичный куб в  $\mathbb{R}^n$  (множество точек, все координаты которых заключены между нулем и единицей). Найдите интеграл функции  $\varphi$  по  $I$ .
5. Пусть  $U = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ . Существует ли голоморфное отображение  $f: U \rightarrow U$ , для которого  $f(0) = 1/3$  и  $f(1/3) = 3/4$ ?
6. Найдите все целочисленные решения уравнения

$$X^3 + X^2Z - Y^2Z = 0.$$

7. Существует ли такое компактное метрическое пространство  $X$ , состоящее из более чем одной точки, что  $X$  гомеоморфно  $X \times X$ ?



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа кандидатского экзамена по научной специальности «...»