Введение

Акцент должен быть сделан не на выучивании доказательств, а на овладении понятиями: на умении приводить примеры и применять общие утверждения в конкретных ситуациях.

2. Алгебра

16. Теоремы Силова ([2], гл. 2, §2; [6]).
17. Простота группы A_n, $n \geq 5$ и SO_3 ([2], гл. 2, §1; [3], гл. 10, §5).
18. Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов ([3], гл. 9, §3; [1], гл. 12, §§84-89; [2]).
19. Строение конечно порожденных модулей над кольцами главных идеалов. Приложения к структурной теории конечно порожденных абелевых групп и теории линейных операторов. Тензорное произведение модулей.
20. Свободные группы и определяющие соотношения ([2], гл. 1, §4; [4], гл. V, §1).
21. Дискретные группы преобразований. Фундаментальная область, область Дирихле, связь с заданием группы образующими и соотношениями. Пример: модулярная группа.
22. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа ([1], гл. 6, §§39-41; гл. 8, §§57,58; [2], гл. 5, §§1,3).
23. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы ([1], гл. 6, §43; [2], гл. 5, §2).
24. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности ([1], гл. 13, [4], гл. IV, §§5,6).
25. Ассоциативные алгебры. Алгебры с делением. Полупростые алгебры. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса ([1], гл. 14, §114; [4], гл. VI, §3).

26. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе ([1], гл. 15, §115; [3], гл. 9, §4).
27. Алгебры Ли. Разрешимые, нильпотентные и полупростые алгебры Ли. Их линейные представления. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Описание неприводимых представлений алгебры Ли sl_2(C). Универсальная обертывающая алгебра. Теорема Пуанкаре— Бикгофа—Витта ([4], гл. V, §4; [7], гл. II, гл. V, §2)
28. Основы теории представлений конечных групп. Теорема Машке. Одномерные представления. Характеры. Регулярное представление и его разложение. Соотношения ортогональности ([1], гл. 14, §108; [2], гл. 3, §§1,2,4,5; [3], гл. 11, §§1-4). Представления симметрической группы.
29. Симметрические функции: элементарные симметрические многочлены, степенные суммы Ньютона, кольцо симметрических функций.
30. Аффинные алгебраические многообразия, их неприводимые компоненты и размерность. Теорема Гильберта о корнях.
31. Основы гомологической алгебры: комплексы, гомологии, эйлерова характеристика, группа Гротендика. Проективные и инъективные модули над ассоциативным кольцом. Резольвенты, модули расширений и кручений, (ко)гомологии алгебр Ли и групп.
32.* Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа ([4], гл. II, §2; [5], гл. II, §5).
33.* Решетки. Дедекиндовы решетки. Теорема Стоуна о булевых алгебрах ([4], гл. IV, §8; [5],], гл. IV).

Литература

Бахтурин – основные структуры современной алгебры

1. М.Гэри, Д.Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

2. . Ю.Л.Ершов, Е.А.Палютин. Математическая логика. Изд. 2. М.: Наука, 1987.
3. А.И.Мальцев. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.
4. Э.Мендельсон. Введение в математическую логику. Изд. 3. М.: Наука, 1984.
5. П.С.Новиков. Элементы математической логики. Изд. 2. М.: Наука, 1973.
6. Ю.Л.Ершов. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. Наука, 1980.
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
9. Винберг Э.Б. М., Курс алгебры. М., "Факториал Пресс", 1001.
10. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
11. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970
12. Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
13. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М., Мир, 1964.
14. Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел. М., Наука, 1985.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
16. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М., МГУ, 1995.
17. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М., Наука, 1983.
18. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. М., Наука, 1985.
19. Коробков Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М., Наука, 1989.
20. Серр Ж.П., Курс арифметики. М., Мир, 1972.
21. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М., Мир, 1974.

*Замечание: * обозначает разделы единой программы, на которых может быть дополнительно акцентировано внимание по одной из отраслей науки: математическая логика; алгебра; теория чисел*