

Моделирование матриц миграций для розничного кредитного портфеля

Кредитный риск – одна из наиболее активно развивающихся сфер финансовых исследований. Это связано с внедрением стандартов Базельского комитета и требований финансового регулятора. Согласно соглашению Базельского комитета (Базель 2) банки обязуются использовать кредитные рейтинги для определения уровня достаточности капитала. При этом, рейтинги, которые банки присваивают заемщикам могут меняться с течением времени, такую динамику изменения рейтингов обычно описывают матрицей миграций. Также, стандарты Базель 2 обязывают банки проводить процедуру стресс-тестирования кредитного портфеля в целях анализа возможного воздействия неблагоприятных макроэкономических событий на кредитный риск и уровень достаточности капитала. Таким образом, стандарты Базель 2 стимулируют интерес к оценке вероятности миграции рейтингов как для целей правильной оценки достаточности капитала, так и для его стресс-тестирования. В данной работе будет рассмотрен непараметрический подход, основанный на декомпозиции фактических данных о матрицах миграций, для их моделирования. С помощью такого подхода менеджмент банка сможет понять, как макроэкономические факторы влияют на кредитный портфель и уровень достаточности капитала, что облегчит процедуры стресс-тестирования. Также, он может быть полезен для целей оперативного управления кредитным портфелем.

Существует достаточно большое количество литературы, посвящённое моделированию матриц миграций рейтингов для корпоративных заемщиков и различных видов финансовых инструментов. Большую часть работ можно разделить по принципу использованного подхода. Berteloot et. Al (2013) и Pfeuffera, Fischer (2016) предлагают использовать порядковую логистическую регрессию (ordinal logistic regression) с включением макроэкономических факторов для моделирования миграций рейтингов облигаций и корпоративных заемщиков. Dang (2014) использует stratified Cox hazards model с различными динамическими переменными (макроэкономические, политические) для оценки корпоративных заемщиков в США. Kim, Sohn (2008) используют multinomial-Dirichlet regression со случайным и фиксированным эффектом и несколькими макроэкономическими переменными. Forster et. Al (2016) используют t- распределения Стьюдента для моделирования матриц миграций, а Petropoulos (2016) Марковские модели с t- распределением.

Аналогичной литературы для моделирования матриц миграций в случае розничных ссуд небольшое количество. Например, Malik, Thomas (2012) используют модель цепей Маркова, основанную на использовании behavioral score¹, макроэкономических переменных и возрасте ссуды. Авторы отмечают, что существуют некоторые проблемы, связанные с выбором порядка Марковской схемы. Leow, Stoock (2014) используют полу-параметрические модели с динамическими переменными, основанные на моделях выживаемости для моделирования уровня просроченной задолженности портфеля кредитных карт. Стоит отметить, что для выбора макроэкономических переменных во всех упомянутых выше работах нужно априорное предположение о их характере, т.е. авторы вначале делают некоторый список факторов, и, затем, выбирают наиболее подходящие. Также, для российских банков использование behavioral score может быть несколько осложнено, т.к. в отличие от западных, не все российские банки рассчитывают этот показатель на ежемесячной основе. В данной работе для моделирования матриц

¹ Некоторый бал, рассчитанный по поведенческой модели оценки вероятности дефолта ссуды

миграций предполагается использовать подход из биостатистики, а именно, age – period – cohort анализ (Yang et. Al. (2013)). Основная идея такого подхода – декомпозировать исходные данные на три компоненты: эффект возраста (функция, зависящая от возраста), эффект когорты (функция, зависящая от когорты) и эффект периода (функция, зависящая от периода). Следует отметить, что похожий подход Breedem, Thomas (2008) использовал для моделирования кредитного риска в автокредитовании. Интерпретация компонент age – period – cohort для целей кредитного риска может быть следующей: эффект возраста – эффект старения кредитного портфеля, эффект когорты – эффект качества выдачи отдельного поколения ссуд², эффект периода – экзогенные эффекты, которые влияют на матрицу миграций в каждый момент времени (например, макроэкономические и политические события). Более формально этот подход можно записать следующим образом:

$$\varepsilon = \delta \left(y_{ij}(m, e, v) \right) - f_{ij}(m) - g_{ij}(e) - h_{ij}(v) \rightarrow \min$$

$$0 \leq y_{ij}(m, e, v) \leq 1 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij}(m, e, v) = 1 \quad (2)$$

$$m = v - e \quad (3)$$

y_{ij} – вероятность перехода из рейтинга i в рейтинг j (элемент матрицы миграций);

δ – некоторая трансформирующая функция;

$f_{ij}(m)$ – функция старения для перехода из рейтинга i в рейтинг j ;

m – возраст ссуды;

$g_{ij}(e)$ – функция экзогенного влияния для перехода из рейтинга i в рейтинг j ;

e – календарная дата;

$h_{ij}(v)$ – функция эффекта когорты для перехода из рейтинга i в рейтинг j ;

v – дата выдачи ссуды.

Основная задача найти такие f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} , которые минимизируют ε и, при этом, выполняются условия (1), (2), (3). Условие 3 возникает в следствии того, что возраст ссуды всегда равен разности календарной даты и даты выдачи ссуды, т.е. в модели присутствует проблема коллинеарности.

В качестве инструментов оценки такой модели используются несколько техник: VGAM – vector generalized additive models (Yee (2015)) и GAMLSS – generalized additive models for location scale and shape (Stasinopoulos, Rigby (2005)). В работе будет показано, что f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} не являются некими абстрактными функциями, а носят достаточную экономическую интерпретацию. Так, например, динамику функции экзогенного влияния можно описать реальными доходами населения и consumer leverage ratio (показатель, характеризующий закредитованность населения).

Основное достоинство данного подхода от других заключается в следующем. Во-первых, не обязательно использовать данные на уровне ссуды, а достаточно использовать данные на уровне когорты, что может существенно упростить анализ в случае розничных ссуд. Во-вторых, не требуется никаких априорных предположений о макроэкономических факторах (факторы “выделяются” из фактических данных). В-третьих, не нужно использовать информацию о behavioral score, которая является недоступной для

² Здесь под поколением выдачи ссуды будем подразумевать совокупность ссуд выданных в один календарный месяц

многих российских банков. В свете преимуществ, описанных выше, предложенный подход будет сравнен с подходами, которые ранее были рассмотрены в литературе по критерию наименьшей ошибки прогноза. Такой критерий выбран в следствии того, что в смысле интерпретации и удобства, подход превосходит существующие, но, при этом, в смысле ошибки прогноза может уступать некоторым, например, подходам, основанным на методах машинного обучения (нейронные сети, деревья решений и т.д.). Также, следует подчеркнуть, что основной идеей подхода является декомпозиция фактических матриц миграций на три компоненты (экзогенное влияние, качество ссуд и старение). Поэтому, менеджмент банка сможет достаточно оперативно менять процедуру выдачи ссуды в зависимости от макроэкономической конъюнктуры и оперативно управлять кредитным портфелем. Таким образом, использование подхода, рассмотренного выше, существенно упростит моделирование матриц миграций и анализ кредитного риска.

Список литературы:

- Berteloot, K., Verbeke, W., Castermans, G., Van Gestel, T., Martens, D., & Baesens, B. (2013). A Novel Credit Rating Migration Modeling Approach Using Macroeconomic Indicators. *Journal of Forecasting*, 32(7), 654-672.
- Breeden, J. L., & Thomas, L. (2008). Stress-testing retail loan portfolios with dual-time dynamics. *Journal of Risk Model Validation*, 2(2), 43-63.
- Dang, H., & Partington, G. (2014). Rating migrations: The effect of history and time. *Abacus*, 50(2), 174-202.
- Forster, J. J., Buzzacchi, M., Sudjianto, A., & Nagao, R. (2016). Modelling credit grade migration in large portfolios using cumulative t-link transition models. *European Journal of Operational Research*, 254(3), 977-984.
- Kim, Y., & Sohn, S. Y. (2008). Random effects model for credit rating transitions. *European Journal of Operational Research*, 184(2), 561-573.
- Leow, M., & Crook, J. (2014). Intensity models and transition probabilities for credit card loan delinquencies. *European Journal of Operational Research*, 236(2), 685-694.
- Malik, M., & Thomas, L. C. (2012). Transition matrix models of consumer credit ratings. *International Journal of Forecasting*, 28(1), 261-272.
- Petropoulos, A., Chatzis, S. P., & Xanthopoulos, S. (2016). A novel corporate credit rating system based on Student's-t hidden Markov models. *Expert Systems with Applications*, 53, 87-105.
- Pfeuffer, M., & Fischer, M. (2016). Connecting rating migration matrices and the business cycle by means of generalized regression models. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 32(5), 639-647.
- Rigby, R. A., & Stasinopoulos, D. M. (2005). Generalized additive models for location, scale and shape. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 54(3), 507-554.
- Yang, Kenneth C. Land (2013). *Age-Period-Cohort Analysis: New Models, Methods, and Empirical Applications*. CRC press.
- Yee, Thomas W (2015). *Vector Generalized Linear and Additive Models*. Springer Series in Statistics