

СТРУКТУРИРОВАНИЕ ЗАДАЧ, ПОИСК ОШИБОК И ТЕОРИЯ LEARNING SPACES В ИНТЕРАКТИВНОЙ СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ EDLETS

Турунтаев И.С.
аспирант 3 г.о. АШ по КН,
научный руководитель:
проф., д.ф.-м.н. Данилов В.Г.

- ▶ EdLeTS
 - ▶ Что это?
 - ▶ Тренировочные задачи
 - ▶ Classrooms, training mode, quiz
- ▶ EdLeTS + Learning Spaces
 - ▶ Основные определения
 - ▶ Связь с EdLeTS
 - ▶ State uncovering mode

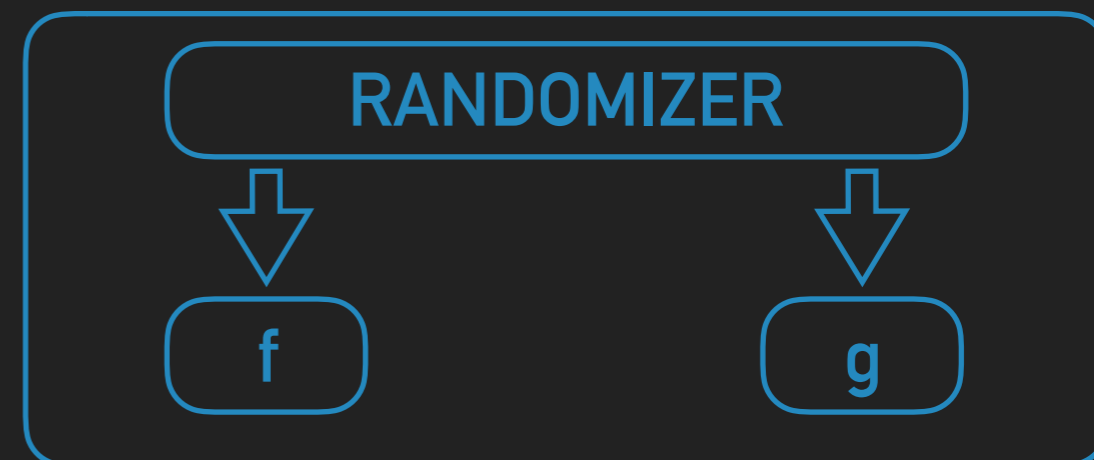
EDLETS

- ▶ Интерактивная система обучения для поддержки практических занятий по различным дисциплинам из области точных наук
- ▶ Ключевой объект – тренировочные задачи
- ▶ Основное внимание уделяется автоматизации процессов составления и сопровождения тренировочных задач, способам их организации, получению и анализе информации о состоянии и уровне знаний студентов

ШАБЛОН ТРЕНИРОВОЧНОЙ ЗАДАЧИ

- ▶ Описывает общую схему построения условий, решений и ответов для некоторого класса однотипных задач
- ▶ Зависит от набора динамических параметров
- ▶ Подстановка конкретных значений динамических параметров определяет конкретную тренировочную задачу
- ▶ Случайная генерация на основе случайного выбора значений из соответствующих множеств

Calculate the derivative of $f(g(x))$



Calculate the derivative of $\sin(\cos(x))$

МНОЖЕСТВО ПОРОЖДАЕМЫХ ЗАДАЧ

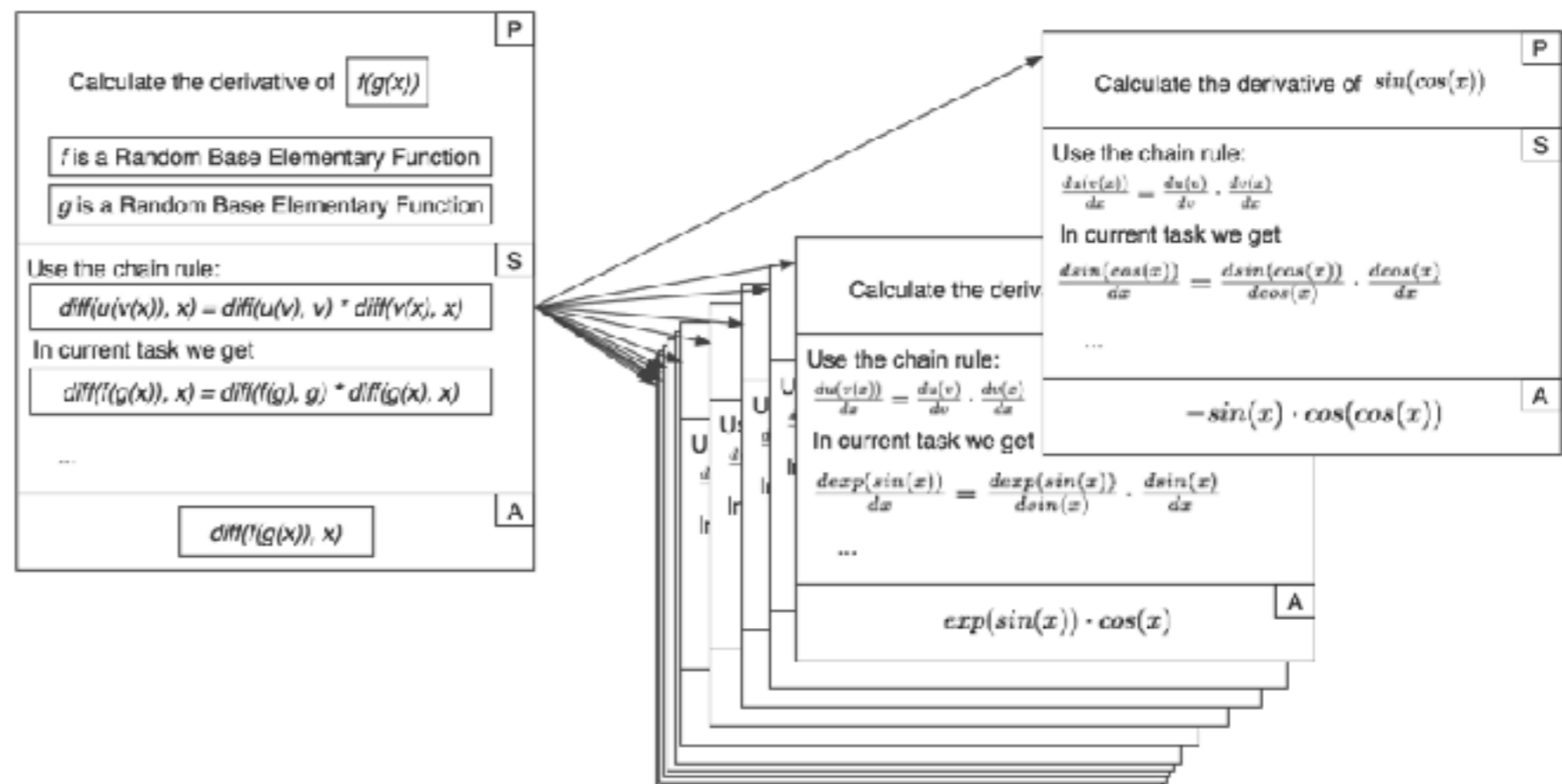
- ▶ Количество порождаемых конкретных задач растет $\sim m^n$ (где n – количество динамических параметров, m – \min мощность множества значений)
- ▶ Автоматическая проверка ответов позволяет спокойно обрабатывать весь этот объем

⇒ ВОЗМОЖНОСТЬ

ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В
тренировочном
режиме

⇒ success ratio

⇒ автоматическая
генерация
контрольных работ



ОПИСАНИЕ ШАБЛОНОВ

- ▶ SmallTask для описания динамических параметров задач
 - ▶ специфика области применения
 - ▶ максимальная простота синтаксиса
- ▶ Markdown для разметки сопроводительного текста
- ▶ Редактор задач, дающий возможность избежать необходимости изучать язык и вникать в его нюансы

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ И ЗАДАЧ

- ▶ Объединение пользователей и тренировочных задач в группы – Classrooms
- ▶ Каждый пользователь может создать свой Classroom
- ▶ Два типа пользователей Classroom – преподаватели и студенты
 - ▶ преподаватели управляют, добавляют задачи, формируют к.р., просматривают статистику и пр.
 - ▶ студенты ~~страдают~~ обучаются

CLASSROOMS: РЕЖИМЫ ДОСТУПА

- ▶ **PUBLIC**: виден всем; любой пользователь может присоединиться;
- ▶ **PROTECTED**: виден всем; только преподаватель может приглашать студентов;
- ▶ **XPROTECTED**: скрыт; только преподаватель может приглашать студентов;
- ▶ **PRIVATE**: виден всем; только организатор может приглашать пользователей;
- ▶ **XPRIVATE**: скрыт; только организатор может приглашать пользователей;
- ▶ **CLOSED**: скрыт; никого приглашать нельзя; просмотр возможен только для организаторов.

QUIZES: КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

- ▶ Quiz – мета-шаблон из нескольких задач
- ▶ Одна генерация Quiz – «билет» – случайная генерация каждой задачи
- ▶ Quiz генерируется один-единственный раз на запрос студента
- ▶ Генерации хранятся в БД (в отличие от тренировочного режима)
- ▶ Отправленный Quiz не подлежит «переписыванию»
- ▶ Автоматическая проверка + метки об использовании поточечной проверки

LEARNING SPACES

JEAN-CLAUDE FALMAGNE · JEAN-PAUL DOIGNON

- ▶ (Falmagne, 2010) Falmagne J. C., Doignon J. P. Learning spaces: Interdisciplinary applied mathematics. – Springer Science & Business Media, 2010.
- ▶ (Falmagne, 2006) Falmagne, J. C., Cosyn, E., Doignon, J. P., & Thiéry, N. (2006). The assessment of knowledge, in theory and in practice. In Formal concept analysis (pp. 61-79). Springer Berlin Heidelberg.

LEARNING SPACES

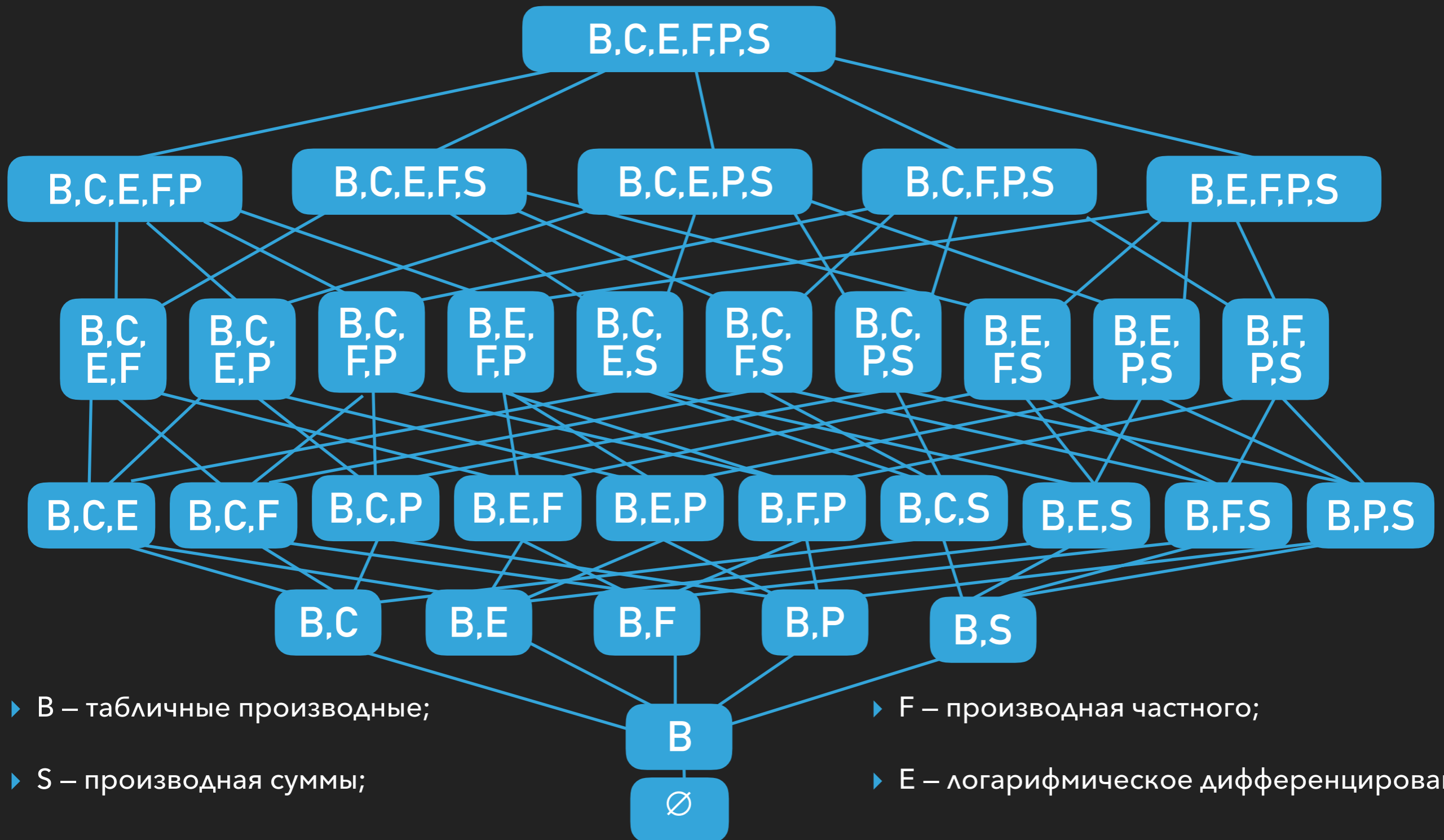
- ▶ **Domain** – Q – множество объектов (задач)
- ▶ **Knowledge state** – некоторое подмножество Q
- ▶ **Knowledge structure** $\{Q, \mathcal{K}\}$: Q – domain, \mathcal{K} – множество knowledge states над Q ;
- ▶ **Knowledge space** – knowledge structure, замкнутая относительно объединения

$$\forall \mathcal{F} \subseteq \mathcal{K} \quad \bigcup_{F \in \mathcal{F}} F \in \mathcal{K}$$
- ▶ **Learning space** – well-graded knowledge space

wellgradedness:

$$\forall K, L \in \mathcal{F}, K \neq L \quad \exists \{K = K_0, K_1, \dots, K_n = L\}, \text{ s.t. } \\ |K_{i-1} \Delta K_i| = 1 (\forall i = 1 \dots n) \text{ and } |K \Delta L| = n$$

ПРИМЕР KNOWLEDGE SPACE ДЛЯ ЗАДАЧ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ



▶ B – табличные производные;

▶ S – производная суммы;

▶ P – производная произведения;

▶ F – производная частного;

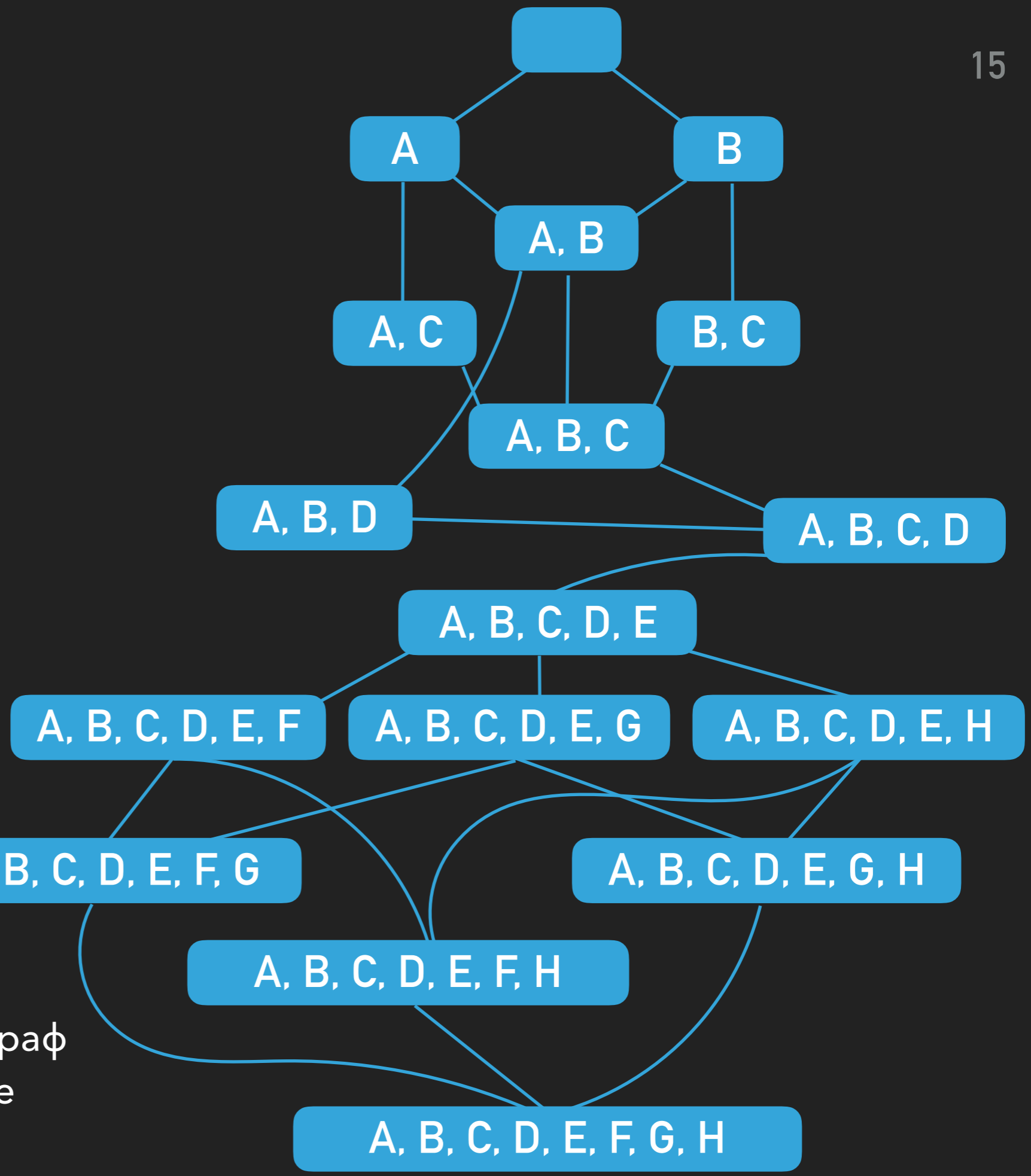
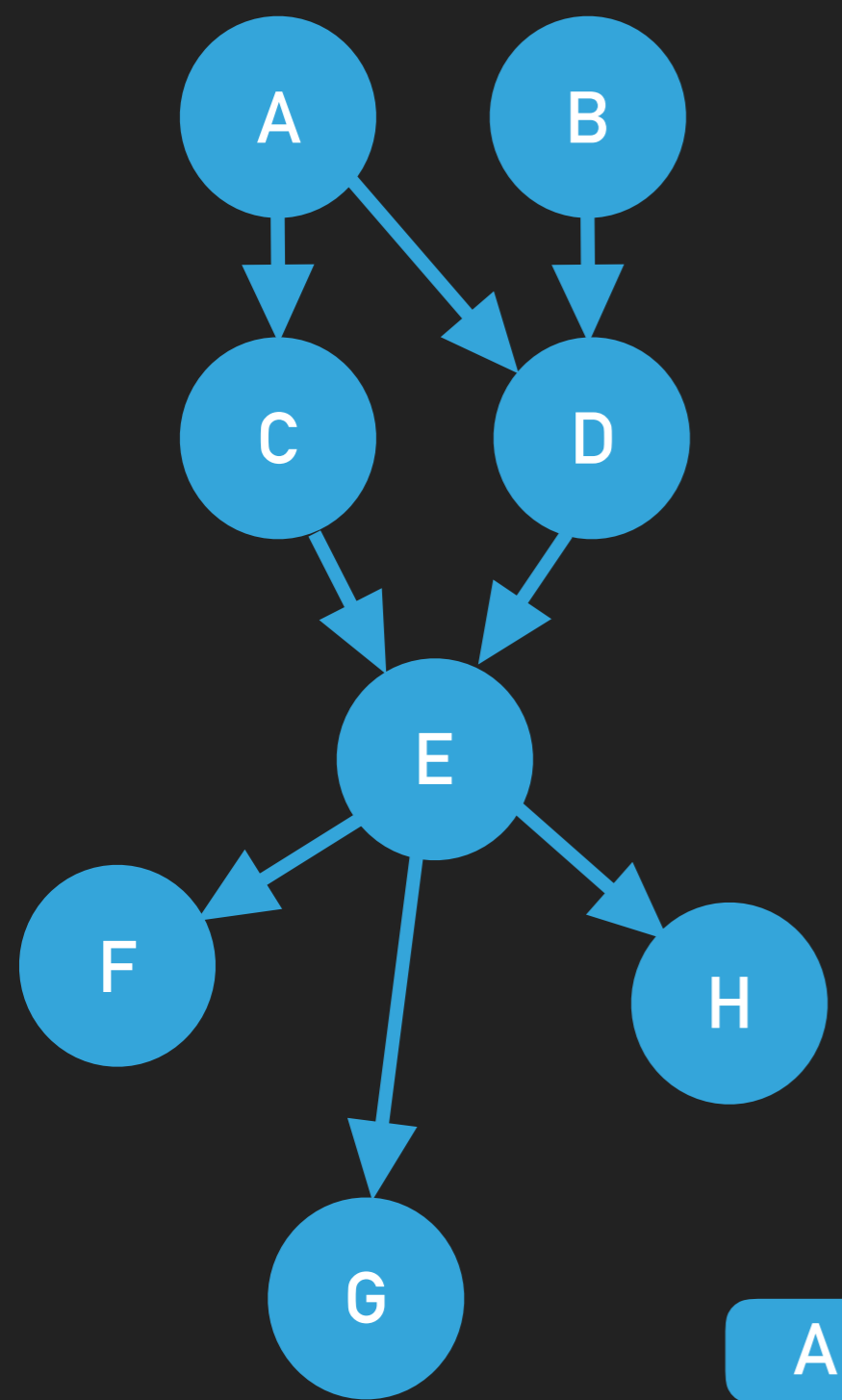
▶ E – логарифмическое дифференцирование;

▶ C – производная композиции;

- ▶ Основная задача теории LS – автоматическое определение состояния (assessment machine)
 - ▶ вычисление начального уровня студента в заданной области
 - ▶ оценка текущих знаний и коррекция состояния
- ▶ Построение learning paths
- ▶ Нас в первую очередь интересуют:
 - ▶ fill-the-gaps – вычисление потенциальных пробелов (inner fringe)
 - ▶ suggestions – предложения следующих шагов (outer fringe)
- ▶ В LS не рассматривается вопрос вычисления inner fringe и outer fringe

КАКОЕ ЭТО ИМЕЕТ ОТНОШЕНИЕ К EDLETS?

- ▶ Множество задач формирует domain (\mathcal{Q})
- ▶ Отношение предшествования (R) на задачах группы задает частичный порядок (рефлексивно + транзитивно + антисимметрично)
- ▶ На основе этого отношения можно породить пространство $(\mathcal{Q}, \mathcal{K})$ по правилу: $(K \in \mathcal{K}) \Leftrightarrow (\forall (p, q) \in R (q \in K) \Rightarrow (p \in K))$
- ▶ Порожденное таким образом \mathcal{K} есть knowledge space, замкнутый относительно пересечения (Faltings, 2010)



Граф отношения предшествования (слева) и граф порождаемого им knowledge space (справа)

FILL-THE-GAPS & SUGGESTIONS

- ▶ Для данной задачи требуется вычисление ближайших предшественников, либо задачи следующего уровня
- ▶ Малое число задач в группе
- ▶ Удобно хранить само отношение: поиск концов ребер, входящих в вершину или исходящих из нее
- ▶ В такой постановке определение состояния не требуется

STATE UNCOVERY

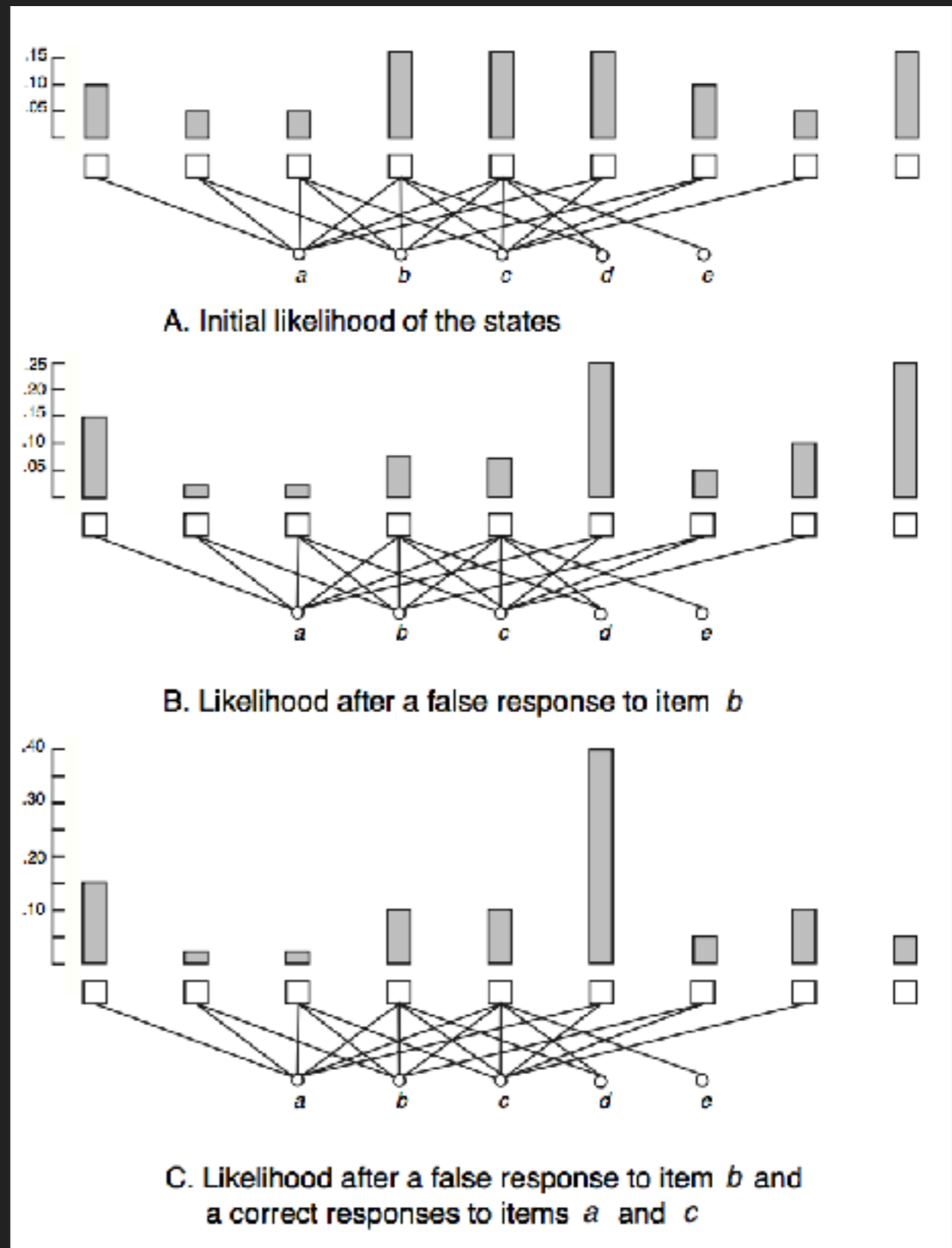
- ▶ Режим, позволяющий определить текущий уровень знаний студентов в интересующей области
- ▶ Задача определения knowledge state в заданном knowledge space
 - ▶ построение knowledge space по заданному precedence relation
 - ▶ вычисление состояния на основе ответов на предлагаемые задачи
- ▶ Markov process procedure
- ▶ Проверка на well-gradedness и использование Markov chain procedure

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**

isturunt@gmail.com

ИДЕЯ АЛГОРИТМА

- ▶ $(b, -), (a, +), (c, +)$
- ▶ Рассм. (Q, \mathcal{K}, L)
- ▶ Уточняем вероятности состояний
 - ▶ $L_1 = L$
 - ▶ Шаг: при неправильном ответе на очередной вопрос q уменьшаем вер. состояний с q и увеличиваем вер-ти состояний без q . И наоборот.



MARKOV PROCESS PROCEDURE $(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n)$

(Q, \mathcal{K}, L)	a finite probabilistic knowledge structure;
Λ_+	the set of all positive probability distributions on \mathcal{K} ;
Γ	the state space of the process $(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n)_{n \in \mathbb{N}}$;
K_0	the latent knowledge state of the subject;
$\mathbf{L}_1 = L$	the initial probability distribution on \mathcal{K} , $0 < L < 1$;
$\mathbf{L}_n(K)$	a r.v. representing the probability of state K on trial n ;
\mathbf{Q}_n	a r.v. representing the question asked on trial n ;
\mathbf{R}_n	a r.v. representing the response given on trial n ;
Ψ	$(q, \mathbf{L}_n) \mapsto \Psi(q, \mathbf{L}_n)$, the questioning rule;
u	$(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n) \mapsto u(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n)$, the updating rule;
\mathbf{W}_n	random history of the process from trial 1 to trial n ;
ι_A	the indicator function of a set A .

▶ Questioning Rule:

$\Psi: (q, L_n) \mapsto \Psi(q, L_n) \in [0, 1]$ – вероятность $Q_n = q \in Q$

▶ Updating Rule:

$L_{n+1} = u(R_n, Q_n, L_n) \quad (a.s.)$

▶ Если выполнено условие $P(\lim_{n \rightarrow \infty} (L_n(K_0)) = 1) = 1$, то K_0 называют *uncoverable*

▶ При определенных условиях на процесс, questioning rule и updating rule состояние вычислимо

Stochastic assessment process for (Q, \mathcal{K}, L) , parameterized by u , Ψ and K_0 .

[U] **Updating Rule.** We have $\mathbb{P}(\mathbf{L}_1 = L) = 1$, and for any positive integer n and all measurable sets $B \subseteq \Lambda_+$,

$$\mathbb{P}(\mathbf{L}_{n+1} \in B \mid \mathbf{W}_n) = \iota_B(u(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n)),$$

where u is a function mapping $\{0, 1\} \times Q \times \Lambda_+$ to Λ_+ . Writing u_K for the coordinate of u associated with the knowledge state K , we thus have

$$\mathbf{L}_{n+1}(K) \stackrel{\text{a.s.}}{=} u_K(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n).$$

Moreover, the function u satisfies the following condition:

$$u_K(\mathbf{R}_n, \mathbf{Q}_n, \mathbf{L}_n) \begin{cases} > \mathbf{L}_n(K) & \text{if } \iota_K(\mathbf{Q}_n) = \mathbf{R}_n, \\ < \mathbf{L}_n(K) & \text{if } \iota_K(\mathbf{Q}_n) \neq \mathbf{R}_n. \end{cases}$$

[Q] **Questioning Rule.** For all $q \in Q$ and all positive integers n ,

$$\mathbb{P}(\mathbf{Q}_n = q \mid \mathbf{L}_n, \mathbf{W}_{n-1}) = \Psi(q, \mathbf{L}_n)$$

where Ψ is a function mapping $Q \times \Lambda_+$ to the interval $[0, 1]$.

[R] **Response Rule.** For all positive integers n ,

$$\mathbb{P}(\mathbf{R}_n = \iota_{K_0}(q) \mid \mathbf{Q}_n = q, \mathbf{L}_n, \mathbf{W}_{n-1}) = 1$$

where K_0 is the latent state.

13.4.2 Definition. The updating rule u of Axiom [U] will be called **convex** with parameters $\theta_{q,r}$, where $0 < \theta_{q,r} < 1$ for $q \in Q$ and $r \in \{0, 1\}$, if the function u of Axiom [U] satisfies the following condition:

For all $K \in \mathcal{K}$ and with $\mathbf{L}_n = L_n$, $\mathbf{R}_n = r$, and $\mathbf{Q}_n = q$,

$$u_K(r, q, L_n) = (1 - \theta_{q,r})L_n(K) + \theta_{q,r}g_K(r, q, L_n) \quad (13.7)$$

where

$$g_K(r, q, L_n) = \begin{cases} r \frac{L_n(K)}{L_n(\mathcal{K}_q)}, & \text{if } K \in \mathcal{K}_q \\ (1 - r) \frac{L_n(K)}{L_n(\mathcal{K}_{\bar{q}})}, & \text{if } K \in \mathcal{K}_{\bar{q}}. \end{cases}$$

13.4.4 Definition. The updating rule is called **multiplicative** with parameters $\zeta_{q,r}$, where $1 < \zeta_{q,r}$ for $q \in Q, r = 0, 1$, if the function u of Axiom [U] satisfies the condition: with $\mathbf{Q}_n = q$, $\mathbf{R}_n = r$, $\mathbf{L}_n = L_n$ and

$$\zeta_{q,r}^K = \begin{cases} 1 & \text{if } \iota_K(q) \neq r, \\ \zeta_{q,r} & \text{if } \iota_K(q) = r \end{cases} \quad (13.9)$$

we have

$$u_K(r, q, L_n) = \frac{\zeta_{q,r}^K L_n(K)}{\sum_{K' \in \mathcal{K}} \zeta_{q,r}^{K'} L_n(K')}. \quad (13.10)$$