



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
Программа дисциплины «Коды с исправлением ошибок» для направления 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника» подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

**Программа дисциплины**  
**«Коды с исправлением ошибок»**

для направления 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»,  
профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации»,  
05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автор программы: Верещагин Н.К., д.ф.-м.н., [nikolay.vereshchagin@gmail.com](mailto:nikolay.vereshchagin@gmail.com)

Согласовано Академическим советом Аспирантской школы по компьютерным наукам  
«19» октября 2015 г. протокол №12

Москва, 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



## 1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению подготовки 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»;
- Образовательной программой подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»;
- Учебными планами образовательной программы аспирантуры по направлению 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и аспирантов направления 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

## 2. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Коды с исправлением ошибок» являются

- Ознакомление с постановками задач в области кодов со стираниями;
- Ознакомление с постановками задач в области кодов с исправлением ошибок;
- Изучение основных нижних и верхних оценок на параметры кодов с исправлением ошибок;
- Ознакомление с наиболее известными кодами с исправлением ошибок.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

- Знать основные верхние и нижние оценки параметров кодов, исправляющих ошибки или стирания;
- Уметь строить простейшие коды, исправляющие ошибки или стирания;
- Владеть навыками построения эффективных кодов (для которых есть быстрые алгоритмы кодирования и декодирования) с исправлением ошибок с данными параметрами;
- Применять коды с исправлением ошибок для построения трудных в среднем задач.

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает следующие компетенции:



<b>Компетенция (указываются в соответствии с ОС НИУ ВШЭ)</b>	<b>Код по ОС НИУ ВШЭ</b>	<b>Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)</b>	<b>Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции</b>
Способность разрабатывать и применять методы повышения эффективности и надежности процессов обработки и передачи данных и знания в вычислительных машинах, комплексах и компьютерных сетях.	ПК-3	Понимает постановки главных задач в теории кодирования и передачи информации. Адекватно оценивает корректность использования тех или иных кодов.	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса. Вырабатывается в процессе решения задач, самостоятельного чтения.
Способность проводить исследования методов преобразования информации в данные и знания, моделей данных и знания, методов работы со знаниями, методов машинного обучения и обнаружения новых знаний, принципов создания и функционирования программных средств автоматизации указанных процессов.	ПК-4	Оценивает строгость и корректность любых текстов в области кодирования. Правильно формулирует собственные результаты.	Компетенция формируется в любом сегменте учебного процесса. Формируется в процессе сдачи решений задач.

#### 4. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к вариативной части для направления 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника», профили 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации», 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- базовые курсы алгебры и математического анализа.

Желательно, но необязательно, знакомство с некоторыми основными понятиями и результатами из курсов дискретной математики и теории вероятностей.

#### 5. Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	Параметры
Текущий	7 домашних заданий	Письменные задания, выдаваемые студентам на дом. Срок сдачи каждого задания – 14 дней. Срок проверки заданий – в течение недели со дня сдачи.
Итоговый	Экзамен	Беседа с преподавателем (всего 1,5-2 часа)



#### **а. Критерии оценки знаний, навыков**

Текущий контроль: за все домашние задания выставляется одна общая оценка по 10-ти балльной шкале, равная доле правильно решенных задач, умноженной на 10.

Основная форма текущего контроля – решение задач из домашних заданий (всего 11 задач, примерно по одной задаче по каждому из разделов курса). Задачи подбираются так, чтобы их решение потребовало от студента свободного владения основными понятиями и умения пользоваться техническими (вычислительными) приемами, которые изучаются в соответствующем разделе курса. Обсуждение подходов к решению этих задач происходит во время консультаций.

Экзамен оценивается по 10-ти балльной шкале и состоит из десяти теоретических вопросов. На каждый вопрос дается пять-десять минут на подготовку. Студент в очной беседе с преподавателем отвечает на вопросы. Оценка, выставляемая за экзамен, равна количеству правильно отвеченных вопросов. Время, отводимое на экзамен, — 1½ часа.

#### **б. Порядок формирования оценок по дисциплине**

Оценка за курс является средним арифметическим оценки текущего контроля и оценки за экзамен.

### **б. Содержание дисциплины**

#### **а. Раздел 1. Коды с исправлением ошибок: верхние и нижние оценки**

Оценка Хэмминга. Коды Хэмминга. Оценка Синглтона. Коды Рида – Соломона. Эффективное исправление ошибок и стираний в коде Рида-Соломона. Оценка Гилберта. Оценка Варшамова – Гилберта (вероятностное доказательство).

#### **б. Раздел 2. Коды на границе Варшамова – Гилберта и вблизи нее**

Коды Возенкрафта для скорости 1/2. Коды Возенкрафта для любой скорости, выражаемым рациональным числом с небольшим знаменателем. Коды Форни. Эффективное декодирование кодов Форни. Коды Форни – Возенкрафта – Юстесена.

#### **с. Раздел 3. Коды БЧХ и Адамара**

Коды БЧХ. Код Адамара. Вероятностный алгоритм декодирования кода Адамара.

#### **д. Раздел 4. Декодирование списком с исправлением ошибок**

Декодирование списком с исправлением ошибок. Аналоги оценок Хэмминга и Гилберта. Декодирование списком кода с данным расстоянием. Оценка Плоткина. Обобщение оценки Плоткина для относительного кодового расстояния 1/2. Кривая Плоткина. Оценка Элайеса – Бассалыго.

#### **е. Раздел 5. Локально декодируемые и корректируемые коды**

Экспандерные коды. Связь кодового расстояния с параметрами экспандера. Локально декодируемые и корректируемые коды. Связь этих понятий. Связь с количеством исправляемых ошибок. Коды Рида – Маллера. Три процедуры локальной коррекции ошибок для этих кодов. Быстрый алгоритм исправления ошибок в экспандерном коде. Параметры экспандерных кодов. Декодирование списком кодов Адамара за полиномиальное от длины сообщения время. Соотношение кодов БЧХ и кодов Хемминга.

### **7. Образовательные технологии**

На лекции обсуждаются ключевые понятия и технические выкладки разбираемой темы, даются необходимые определения, разбираются поучительные примеры. Аспирантам на дом даются задачи для самостоятельного разбора, содержащие как упражнения для



усвоения пройденного материала, так и нестандартные задачи, позволяющие проверить уровень общего понимания предмета и требующие изучения дополнительного материала. Некоторые задачи предваряют (продолжают) тематику лекций. Аспирант сдает задачи в виде письменных домашних работ.

## 8. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

### а. Тематика заданий текущего контроля

Примерный список задач

1. Построить код с параметрами  $n = k+1$ , исправляющему одно стирание.
2. Постройте алгоритм, который за полиномиальное от  $n$  количество операций исправляет в коде Рида-Соломона  $e$  ошибок и  $b$  стираний, для любых данных  $e, b$ , удовлетворяющих неравенству  $2e+b$  меньше  $d$ .
3. Найдите 9 кодовых слов длины 3 в трехбуквенном алфавите, расстояние Хэмминга между любой парой которых не меньше двух.
4. Доказать, что если существует код с параметрами  $n, k, e, q$ , то существует код с параметрами  $n-2, k, e-1, q$ .
5. Докажите, что для любого кода с расстоянием  $d$ , по кодовому слову, в котором сделали  $e$  ошибок и  $s$  стираний, можно восстановить исходное слово, если  $2e+s$  меньше  $d$ . Докажите, что для кода Рида-Соломона это можно сделать за полиномиальное время.
6. Найти наибольшую скорость передачи  $k/n$  для кодов Форни с относительными кодовыми расстояниями равными  $d/n=1/50, d/n=1/20, d/n=1/10, d/n=1/5, d/n=3/10$ .
7. Доказать оценку Плоткина для алфавита произвольной мощности  $q$ : для всех  $b > 1-1/q$  и всех  $n$  количество кодовых слов в любом коде с относительным расстоянием  $d/n=b$  не превосходит  $1+1/(bq/(q-1)-1)$
8. Доказать, что для алфавита мощности  $q$  для всех  $n$  количество кодовых слов в любом коде с относительным расстоянием  $d/n \geq 1-1/q$  не превосходит  $2n(q-1)$ .
9. Доказать, что для любого кода с параметрами  $k, n, d$  над  $q$ -буквенным алфавитом выполнено неравенство  $k/n + (q/(q-1))(d/n) < 1 + (\log_q 3q^{2n})/n$
10. Найти параметры каскадного кода, в котором внешний код является кодом Рида-Соломона (с произвольной скоростью передачи), а внутренний код - кодом Адамара.
11. Доказать, что кривая Элайеса-Бассальго (ее уравнение  $k/n + n(1/2 - \sqrt{1-2d/n})/2 = 1$ ) лежит левее прямой  $k/n + 2d/n = 1$ .

### б. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Примерный перечень вопросов к экзамену.

1. Параметры кодов Хемминга
2. Оценка Хемминга.
3. Оценка Варшамова - Гилберта
4. Оценка Плоткина
5. NP полнота задачи коммивояжера.
6. NP полнота задачи раскраски графа в три цвета.
7. Коды БЧХ



8. Коды Рида — Маллера.
9. Коды Форни
10. Коды Возенкрафта

#### 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

##### Основная литература:

1. А. Ромашенко, А. Румянцев, А. Шень. «Заметки по теории кодирования». Москва, Изд-во МЦНМО, 2011.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. - Алгоритмы: построение и анализ (изд. 2-е), Москва, «Вильямс», 2005.

##### Дополнительная литература:

3. Madhu Sudan, A Crash Course on Coding Theory,  
<http://people.csail.mit.edu/madhu/coding/ibm/>

##### а. Справочники, словари, энциклопедии

При освоении курса могут быть полезны материалы по темам, размещенные в онлайн энциклопедиях

<http://www.wikipedia.org>,

##### б. Программные средства

При решении некоторых задач нужно умение пользоваться программой «Математика».

##### с. Дистанционная поддержка дисциплины

Специальные дистанционные ресурсы не предусмотрены. Однако должна быть обеспечена возможность дистанционных консультаций по электронной почте и-или через skype.

#### 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения семинаров не используется специальное оборудование, кроме, возможно, компьютерного проектора и системы видеозаписи учебных занятий.