



## **Программа дисциплины «Финансовая математика»**

для подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

по направлению 01.06.01 «Математика и механика»

профили: 01.01.03 Математическая физика;

01.01.04 Геометрия и топология;

01.01.05 Теория вероятностей и математическая статистика;

01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел

программа «Математика и механика»

Авторы программы:

Колесников А.В., д.физ.-мат.н., профессор факультета математики

Согласована Академическим советом Аспирантской школы по математике

«09» октября 2015 г., протокол № 11

Москва - 2015

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения разработчика программы.*



## **1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ**

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению «01.06.01 Математика и механика», профили 01.01.03 Математическая физика; 01.01.04 Геометрия и топология; 01.01.05 Теория вероятностей и математическая статистика; 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел, и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину и аспирантов.

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению «Математика и механика»;
- Образовательной программой «Математика и механика» подготовки аспиранта;
- Учебными планами подготовки аспирантов по направлению «01.06.01 Математика и механика», вышеуказанных профилей, утвержденными в 2015 г.

## **2. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целями освоения дисциплины являются знакомство с основными приложениями теории вероятностей, анализа, статистики и эконометрики в финансовой математике.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- Знать об основных приложениях теории мартигалов, стохастического анализа, оптимизационных методов и эконометрики в финансовой математике.
- Уметь решать различные конкретные прикладные задачи, пользуясь случайных процессов и оптимизационных методов.
- Иметь навыки (приобрести опыт) применения вероятностной и аналитической техники в конкретных моделях финансовой математики.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- Математический анализ
- Теория вероятностей
- Теория вероятностей-2

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- Владеть основной техникой и идеями анализа и теории вероятностей



### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает компетенции:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	УК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем.	Практические занятия, посвящённые критическому чтению специальных текстов. Самостоятельная работа с академическими текстами
Способность генерировать оригинальные теоретические конструкции, гипотезы и исследовательские вопросы	УК-2	Демонстрирует способность выбирать наиболее релевантные изучаемому предмету методы и стратегии исследований	Диспуты, дискуссии, подготовка докладов и выступлений
Способность осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения	УК-5	Анализирует, оценивает потенциал новых учебно-методических ресурсов, целесообразность их использования в процессе исследования	Диспуты, групповые дискуссии, участие в исследовательских и творческих проектах; самостоятельная работа
Способность к научно-исследовательской деятельности в области фундаментальной и/или прикладной математики, в частности, в областях математической логики, алгебры, теории чисел, алгебраической геометрии, дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, динамических систем, теории вероятностей и математической статистики,	ПК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем Анализирует мировые тенденции в математических кругах, демонстрирует их понимание и творчески использует в собственных исследованиях	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы



математической физики			
Способность проводить теоретические и экспериментальные исследования в математике, математической физике, информатике, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	ОПК-1	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы
Способность к разработке новых методов исследования, их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в математике, математической физике, информатике с учетом правил соблюдения авторских прав	ОПК-2	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы

#### **4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина относится к дисциплинам по выбору, предлагаемым к изучению аспирантам на первом, втором и третьем году обучения.

#### **5. Содержание УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Теория общего равновесия
2. Теория арбитража в дискретных моделях
3. Модели с непрерывным временем
4. Оптимизационные принципы
5. Финансовая эконометрика

#### **6. ОЦЕНИВАНИЕ**

На зачете студент должен продемонстрировать хорошее умение применять знания, полученные в курсе, к конкретным задачам финансовой математики.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Порядок формирования оценок по дисциплине



Оценка за текущий, промежуточный и итоговый контроль выставляется по 10 балльной шкале.

Результирующая оценка за итоговый контроль складывается из результатов накопленной результирующей оценки за текущий контроль, удельный вес которой составляет  $k_1 = 0,5$  и оценки за зачет, удельный вес  $k_2 = 0,5$ .

Итоговый =  $0,5 * \text{Текущий} + 0,5 * \text{Озачет}$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме зачета/экзамена в пользу студента.

Студент может получить возможность пересдать низкие результаты за текущий контроль.

## 7. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Примеры задач контрольных работ:

1. Приведите пример несуществования равновесия.
2. Выведите уравнения Колмогорова для случая винеровского процесса.
3. Выведите из уравнения Колмогорова и формулы Блэка-Шоулза уравнения Блэка-Шоулза.

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Равновесие по Вальрасу и оптимальность по Парето. Первая теорема о благосостоянии.
2. Вторая теорема о благосостоянии. Существование равновесия.
3. Теорема Африата.
4. Теорема Зонненшайна-Мантеля-Дебре.
5. Модель Марковица. CAPM-модель.
6. Модели максимизации полезности. Вероятность и равновесие.



7. 1-шаговая биномиальная модель. Арбитраж и риск-нейтральность.
8. Многошаговая биномиальная модель. Формула Кокса-Росса-Рубинштейна.
9. Дискретные мартингалы. Основные свойства.
10. Самофинансируемые портфели. Первая фундаментальная теорема.
11. Первая фундаментальная теорема и теорема Хана-Банаха.
12. Вторая фундаментальная теорема (о полноте).
13. Теорема Гирсанова.
14. Основные факты стохастического анализа. Формула Ито. Уравнения Колмогорова.
15. Мартингальные модели. Формула Блэка-Шоулза.
16. Уравнение Беллмана.
17. Максимизация полезности в стохастических моделях. Оптимальные трейдинговые стратегии. Стохастическое равновесие.
18. Модель Мертона.
19. Безгранично делимые распределения. Теорема Хинчина-Леви.
20. Куртозис и коэффициент асимметрии. Копулы. Теорема Скляра.
21. Модели скользящего среднего.
22. ARCH и GARCH модели.
23. Стохастическая волатильность.
24. Локальная волатильность.

## 8. РЕСУРСЫ

### 1) Основная литература

Tsay, R. S. Analysis of financial time series / R. S. Tsay. – 3rd ed. – Hoboken; New Jersey: John Wiley & Sons, 2010. – 677 с. – (Wiley series in probability and statistics) . – На англ. яз. - ISBN 978-0-470-41435-4.



## 2) Дополнительная литература

Mishkin, F. S. Financial markets and institutions / F. S. Mishkin, S. G. Eakins. – 9th ed. – Harlow [etc.]: Pearson, 2018. – 688. – На англ. яз. - ISBN 9781292215006: 2450.03.

## 3) Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	Из внутренней сети университета (договор)
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	Свободно распространяемый программный продукт

## 4) Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	База препринтов Cornell University	<a href="https://arxiv.org/">https://arxiv.org/</a>
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	<a href="https://openedu.ru">https://openedu.ru</a>
2.	Coursera	<a href="http://www.coursera.org">http://www.coursera.org</a>
3.	edX	<a href="https://www.edx.org/course">https://www.edx.org/course</a>
4.	MITOPENCOURSE WARE	<a href="https://ocw.mit.edu/index.htm">https://ocw.mit.edu/index.htm</a>

## 5) Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены



персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

Формат изучения дисциплины: без использования онлайн курса