Рабочая программа дисциплины
«Уравнения в частных производных»

для подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
по направлению 01.06.01 «Математика и механика»
образовательная программа «Математика и механика»

Разработчик программы
Чепыжов В.В., д.физ.-мат.н., профессор факультета математики

Согласована Академическим советом Аспирантской школы по математике
«16» октября 2018 г., протокол № 10

Москва - 2018

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению «01.06.01 Математика и механика», образовательной программе «Математика и механика» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину и аспирантов.

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению «Математика и механика»;
- Образовательной программой «Математика и механика» подготовки аспиранта;
- Учебным планом подготовки аспирантов по направлению «01.06.01 Математика и механика», образовательной программе «Математика и механика», утвержденным в 2018 г.

2. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Всё, что мы видим, слышим, осязаем: колебания струны, волны на воде, звук, свет и другие электромагнитные колебания, распространение тепла, диффузия и прочее, описывается уравнениями в частных производных (УрЧП). Они начали изучаться в середине XVIII века в трудах Д'Аламбера, Эйлера, Бернулли, Лагранжа, Лапласа, Пуассона, Фурье. К концу XIX века оформилась общая теория УрЧП, тесно связанная с другими разделами математики — функциональным анализом и теорией функций, топологией, алгеброй, комплексным анализом и др. УрЧП активно используют достижения всех этих наук и, в свою очередь, существенно влияют на их развитие, указывая ключевые направления дальнейшего исследования. Изучение конкретных уравнений математической физики часто приводило к открытию общих методов, применявшихся далее к широчайшему кругу задач. Так возникли метод Фурье, метод Рица, метод Галеркина, теория возмущений и др. Поразительная эффективность их применения, часто эмпирического и лишённого строгого математического обоснования, заставляла искать причины успеха и развивать фундаментальные математические теории происходящего. Так появились интеграл Фурье, обобщённые функции, гармонический анализ и многое другое.

Предварительная подготовка: 4 семестра математического анализа, топология, динамические системы, обыкновенные дифференциальные уравнения.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает компетенции:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	УК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем.	Практические занятия, посвящённые критическому чтению специальных текстов. Самостоятельная работа с академическими текстами
Способность генерировать оригинальные теоретические конструкции, гипотезы и исследовательские вопросы	УК-2	Демонстрирует способность выбирать наиболее релевантные изучаемому предмету методы и стратегии исследований	Диспуты, дискуссии, подготовка докладов и выступлений
Способность осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения	УК-5	Анализирует, оценивает потенциал новых учебно-методических ресурсов, целесообразность их использования в процессе исследования	Диспуты, групповые дискуссии, участие в исследовательских и творческих проектах; самостоятельная работа
Способность к научно-исследовательской деятельности в области фундаментальной и/или прикладной математики, в частности, в областях математической логики, алгебры, теории чисел, алгебраической геометрии, дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, динамических систем, теории вероятностей и математической статистики, математической физики	ПК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем Анализирует мировые тенденции в математических кругах, демонстрирует их понимание и творчески использует в собственных исследованияхз	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы

Способность проводить теоретические и экспериментальные исследования в математике, математической физике, информатике, в том числе с использованием новейших информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	ОПК-1	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы
Способность к разработке новых методов исследования, их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в математике, математической физике, информатике с учетом правил соблюдения авторских прав	ОПК-2	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к дисциплинам по выбору, предлагаемым к изучению аспирантам на первом, втором и третьем году обучения.

5. Содержание УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Некоторые важные физические задачи, приводящие к УрЧП.

2. Основные типы линейных УрЧП второго порядка.

3. Постановка основных краевых задач. Теорема Коши – Ковалевской.

4. Решение уравнения колебаний струны, формула Даламбера. Метод Фурье решения волновых уравнений. Обобщенные решения уравнения колебаний струны.

5. Задача Штурма – Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций этой задачи. Функция Грина задачи Штурма – Лиувилля.

6. Решение уравнение теплопроводности методом Фурье и с помощью преобразования Фурье. Формула Пуассона. Принцип максимума.

7. Уравнения и системы УрЧП, корректные по Петровскому.

8. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Формулы Кирхгофа и Пуассона. Распространение волн.

9. Эллиптические уравнения. Формулы Грина. Фундаментальное решение оператора Лапласа.

10. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.

11. Обобщенные производные и пространства Соболева. Неравенство Фридрихса. Вариационный метод решения эллиптических уравнений.

6. ОЦЕНИВАНИЕ

Итоговая Оценка = 0,4(оц.коллокв.)+0,3(оц.семинары)+0,3(оц.экзамен). Округляем половины в большую сторону в пользу студента. 5,5 это 6 а 5,4 это 5.

7. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

4◇1 Постройте функцию Грина оператора $L = -\frac{d^2}{dx^2} + 1$ с граничными условиями $u'(0) = u'(l) = 0$.

4◇2 Решите задачу Коши:
а) $u_t = u_{xx} + 3t^2$, $u|_{t=0} = \sin x$;
б) $u_t = 2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + t\cos x$, $u|_{t=0} = \cos y \cos z$.

4◇3 При каких условиях на функцию $\varphi \in C_0^\infty((0,1))$ любое решение $u(x,t)$ в полуполосе $Q_{(0,1)}^\infty$ задачи
а) $u_t = u_{xx}$, $u|_{x=0} = u_x|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \varphi(x)$;
б) $u_t = u_{xx}$, $u_x|_{x=0} = u_x|_{x=1} = 0$, $t|_{t=0} = \varphi(x)$
обладает свойством $u(x,t) \to 0$ при $t \to +\infty$?

4◇4 При каких $t > 0$ существует интеграл Пуассона, дающий решение задачи Коши

$$u_t = u_{xx}, \qquad u|_{t=0} = \varphi(x),$$

если требование ограниченности $\varphi(x)$ заменяется предположением

$$|\varphi(x)| \leqslant Me^{Kx^2}, \qquad M > 0, \quad K > 0?$$

8. РЕСУРСЫ

1) Основная литература

Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – Изд. 2-е, стер. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с. - ISBN 978-5-922103-10-7.

2) Дополнительная литература

Сборник задач по уравнениям математической физики: учеб. Пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, В. П. Вашарин, и др.; Под ред. В. С. Владимирова. – Изд. 2-е испр. И доп. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1982. – 256 с.

3) Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	*Из внутренней сети университета (договор)*
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	*Из внутренней сети университета (договор)*
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	*Свободно распространяемый программный продукт*

4) Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
	Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы	
1.	База препринтов Cornell University	*https://arxiv.org/*
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	*Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ*
	Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)	
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course
4.	MIT**OPEN**COURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm

5) Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

Формат изучения дисциплины: без использования онлайн курса.