



Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Рабочая программа дисциплины «Уравнения в частных производных» для подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению «01.06.01 Математика и механика»

**Рабочая программа дисциплины
«Уравнения в частных производных»**

для подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
по направлению 01.06.01 «Математика и механика»
образовательная программа «Математика и механика»

Разработчик программы

Чепыжов В.В., д.физ.-мат.н., профессор факультета математики

Согласована Академическим советом Аспирантской школы по математике
«16» октября 2018 г., протокол № 10

Москва - 2018

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям аспиранта по направлению «01.06.01 Математика и механика», образовательной программе «Математика и механика» и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину и аспирантов.

Программа разработана в соответствии с:

- Образовательным стандартом НИУ ВШЭ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре по направлению «Математика и механика»;
- Образовательной программой «Математика и механика» подготовки аспиранта;
- Учебным планом подготовки аспирантов по направлению «01.06.01 Математика и механика», образовательной программе «Математика и механика», утвержденным в 2018 г.

2. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Всё, что мы видим, слышим, осязаем: колебания струны, волны на воде, звук, свет и другие электромагнитные колебания, распространение тепла, диффузия и прочее, описывается уравнениями в частных производных (УрЧП). Они начали изучаться в середине XVIII века в трудах Д'Аламбера, Эйлера, Бернулли, Лагранжа, Лапласа, Пуассона, Фурье. К концу XIX века оформилась общая теория УрЧП, тесно связанная с другими разделами математики — функциональным анализом и теорией функций, топологией, алгеброй, комплексным анализом и др. УрЧП активно используют достижения всех этих наук и, в свою очередь, существенно влияют на их развитие, указывая ключевые направления дальнейшего исследования. Изучение конкретных уравнений математической физики часто приводило к открытию общих методов, применявшихся далее к широчайшему кругу задач. Так возникли метод Фурье, метод Рунге, метод Галеркина, теория возмущений и др. Поразительная эффективность их применения, часто эмпирического и лишённого строгого математического обоснования, заставляла искать причины успеха и развивать фундаментальные математические теории происходящего. Так появились интеграл Фурье, обобщённые функции, гармонический анализ и многое другое.

Предварительная подготовка: 4 семестра математического анализа, топология, динамические системы, обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины аспирант осваивает компетенции:

Компетенция	Код по ОС ВШЭ	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	УК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем.	Практические занятия, посвящённые критическому чтению специальных текстов. Самостоятельная работа с академическими текстами
Способность генерировать оригинальные теоретические конструкции, гипотезы и исследовательские вопросы	УК-2	Демонстрирует способность выбирать наиболее релевантные изучаемому предмету методы и стратегии исследований	Диспуты, дискуссии, подготовка докладов и выступлений
Способность осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения	УК-5	Анализирует, оценивает потенциал новых учебно-методических ресурсов, целесообразность их использования в процессе исследования	Диспуты, групповые дискуссии, участие в исследовательских и творческих проектах; самостоятельная работа
Способность к научно-исследовательской деятельности в области фундаментальной и/или прикладной математики, в частности, в областях математической логики, алгебры, теории чисел, алгебраической геометрии, дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, динамических систем, теории вероятностей и математической статистики, математической физики	ПК-1	Демонстрирует способность стратегически и креативно мыслить, творчески подходить к оценке и решению проблем Анализирует мировые тенденции в математических кругах, демонстрирует их понимание и творчески использует в собственных исследованиях	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы
Способность проводить теоретические и экспериментальные исследования в математике, математической физике, информатике, в том числе с использованием новейших информационно-	ОПК-1	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы

коммуникационных технологий (ОПК-1)			
Способность к разработке новых методов исследования, их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в математике, математической физике, информатике с учетом правил соблюдения авторских прав	ОПК-2	Демонстрирует способность эффективно и творчески работать в исследовательских группах, выбирать наиболее эффективные методы и технологии исследования	Практическая работа в различных формах аудиторной и самостоятельной работы

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к дисциплинам по выбору, предлагаемым к изучению аспирантам на первом, втором и третьем году обучения.

5. Содержание УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Некоторые важные физические задачи, приводящие к УрЧП.
2. Основные типы линейных УрЧП второго порядка.
3. Постановка основных краевых задач. Теорема Коши – Ковалевской.
4. Решение уравнения колебаний струны, формула Даламбера. Метод Фурье решения волновых уравнений. Обобщенные решения уравнения колебаний струны.
5. Задача Штурма – Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций этой задачи. Функция Грина задачи Штурма – Лиувилля.
6. Решение уравнение теплопроводности методом Фурье и с помощью преобразования Фурье. Формула Пуассона. Принцип максимума.
7. Уравнения и системы УрЧП, корректные по Петровскому.
8. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Формулы Кирхгофа и Пуассона. Распространение волн.
9. Эллиптические уравнения. Формулы Грина. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
10. Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.
11. Обобщенные производные и пространства Соболева. Неравенство Фридрихса. Вариационный метод решения эллиптических уравнений.

1. 6. ОЦЕНИВАНИЕ

Итоговая Оценка = $0,4(\text{оц. коллокви.}) + 0,3(\text{оц. семинары}) + 0,3(\text{оц. экзамен})$. Округляем половины в большую сторону в пользу обучающегося. 5,5 это 6 а 5,4 это 5.

2. 7. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

4◊1 Постройте функцию Грина оператора $L = -\frac{d^2}{dx^2} + 1$ с граничными условиями $u'(0) = u'(l) = 0$.

4◊2 Решите задачу Коши:

а) $u_t = u_{xx} + 3t^2$, $u|_{t=0} = \sin x$;

б) $u_t = 2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) + t \cos x$, $u|_{t=0} = \cos y \cos z$.

4◊3 При каких условиях на функцию $\varphi \in C_0^\infty((0, 1))$ любое решение $u(x, t)$ в полуполосе $Q_{(0,1)}^\infty$ задачи

а) $u_t = u_{xx}$, $u|_{x=0} = u_x|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \varphi(x)$;

б) $u_t = u_{xx}$, $u_x|_{x=0} = u_x|_{x=1} = 0$, $u|_{t=0} = \varphi(x)$
обладает свойством $u(x, t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$?

4◊4 При каких $t > 0$ существует интеграл Пуассона, дающий решение задачи Коши

$$u_t = u_{xx}, \quad u|_{t=0} = \varphi(x),$$

если требование ограниченности $\varphi(x)$ заменяется предположением

$$|\varphi(x)| \leq M e^{Kx^2}, \quad M > 0, \quad K > 0?$$

8. РЕСУРСЫ

1) Основная литература

Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – Изд. 2-е, стер. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с. - ISBN 978-5-922103-10-7.

2) Дополнительная литература

Сборник задач по уравнениям математической физики: учеб. Пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, В. П. Вашарин, и др.; Под ред. В. С. Владимирова. – Изд. 2-е испр. И доп. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1982. – 256 с.

3) Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	Из внутренней сети университета (договор)
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	Из внутренней сети университета (договор)
3.	LaTeX пакет верстки научных текстов	Свободно распространяемый программный продукт

4) Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы		
1.	База препринтов Cornell University	https://arxiv.org/
2.	База данных зарубежной периодики MathSciNet	Онлайн доступ из локальной сети НИУ ВШЭ
Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)		
1.	Открытое образование	https://openedu.ru
2.	Coursera	http://www.coursera.org
3.	edX	https://www.edx.org/course
4.	MITOPENCOURSE WARE	https://ocw.mit.edu/index.htm

5) Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

– ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);

– мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для самостоятельных занятий по дисциплине оснащены персональными компьютерами, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.

Формат изучения дисциплины: без использования онлайн курса.