

Программы учебных дисциплин *Основные понятия алгебраической топологии*

Утверждено:	Авторская версия
Разработчики:	Бычков Борис Сергеевич; Казарян Максим Эдуардович
Число кредитов:	5
Контактная работа (час.):	60 (лекции: 30; семинары: 30)
Самостоятельная работа (час.):	130
Образовательная программа:	
Язык преподавания:	Русский
Формат изучения:	Full-time

Аннотация

Одна из наиболее ярких черт, отличающих математику XX века от всей предшествующей — появление и развитие алгебраической топологии. В настоящее время использование алгебро-топологического инструментария стало неременным атрибутом значительной части математических исследований. Сочетание геометрических идей с формализованными алгебраическими алгоритмами для вычисления топологических инвариантов привели к эффективному средству изучения многих математических структур, в том числе, и не связанных напрямую с топологией. Эта область математики породила, например, такие направления как гомологическая алгебра и теория алгебр Хопфа. В курсе предлагается значительное количество задач на вычисление алгебро-топологических характеристик различных топологических пространств

Цель освоения дисциплины

Целью курса является знакомство с базовыми понятиями топологии: симплициальные комплексы, симплициальные отображения, пути, гомотопии путей, фундаментальная группа, накрытия, цепные комплексы векторных пространств, гомологии, когомологии, двойственность Пуанкаре.

Результаты освоения дисциплины

- Освоение метода диаграммного поиска для доказательства точности – последовательности. Умение применять длинную точную последовательность для вычисления гомологий конкретных пространств
- Освоение понятия гомотопической эквивалентности
- Получение навыка вычисления гомологий цепных комплексов
- Умение выбрать подходящую модель теории гомологий для решения конкретных задач
- Умение вычисления индекса пересечений подмногообразий, заданных конкретными уравнениями
- Умение определения ориентации пересекаемых циклов. Вычисление колец – когомологий простейших пространств: проективных пространств, произведений сфер и надстроек
- Умение применения методов дифференциальной геометрии для решения топологических задач

- Умение применения функций Морса для исследования топологии конкретных пространств.
- Умения вычисления симплициальных гомологий простейших пространств: окружности, тора, симплекса и сферы

Содержание учебной дисциплины

Топологические пространства и операции над ними

1. Даем описание основных операций над топологическими пространствами: факторпространство, конус, надстройка, джойн

2. **Цепной комплекс**

2. Циклы, границы, гомологическая эквивалентность, гомологии

3. **Симплициальные гомологии**

3. Симплициальное пространство и его цепной комплекс. Граничный оператор

Клеточные и сингулярные гомологии

4. Сравнение разных подходов к теории гомологий. Доказательство их эквивалентности для клеточных пространств.

5. **Длинная точная последовательность**

5. Понятие точной последовательности. Метод диаграммного поиска

6. **Гомологии многообразий**

6. Фундаментальный класс. Ориентируемость. Двойственность Пуанкаре

Индекс пересечения и степень отображения

7. Пересечение циклов. Локальный индекс. Классификация отображений сфер одинаковой размерности. Индекс зацепления

Умножение в когомологиях

8. "Чашечное" умножение и пересечение циклов. Вычисление кольца когомологий проективного пространства

9. **Теория Морса**

9. Индекс Морса. Комплекс Морса. Неравенство Морса.

Текущий контроль

Итоговый письменный экзамен

Критерии оценивания

В баллах в зависимости от количества и степени решения задач, в пересчете на итоговую оценку из 10 баллов

– Особенности организации пересдачи

Дополнительный письменный экзамен

Примеры заданий

- [Файл](#)

– Контрольная работа

Критерии оценивания

В баллах в зависимости от количества и степени решенных задач, в пересчете на 10 итоговых баллов

Примеры заданий

- [Файл](#)

Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация (2 модуль)

% 0.700 Итоговый письменный экзамен

0.300 Контрольная работа

Литература

Рекомендуемая основная литература

Allen Hatcher. (2002). Algebraic topology. Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&site=eds-live&db=edsbas&AN=edsbas.87FE219C>

Рекомендуемая дополнительная литература

- Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаев Н.Ю. — Элементарная топология - Московский центр непрерывного математического образования - 2010 - ISBN: 978-5-94057-587-0 - Текст электронный // ЭБС Лань - URL: <https://e.lanbook.com/book/9313>

Программное обеспечение

- Mathematica 10 PSP Education / Из внутренней сети Университета
- Microsoft Office Professional Plus 2010 / Из внутренней сети Университета
- Microsoft Windows 10 / Из внутренней сети Университета
- Microsoft Windows 7 Professional RUS / Из внутренней сети Университета
- Microsoft Windows 8.1 Professional RUS / Из внутренней сети Университета
- MikTeX / Свободное лицензионное соглашение

Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (Электронные образовательные ресурсы)

- MATHSCINET
- База научных статей ArXiv
- Консультант Плюс
- Система Гарант

Материально-техническое обеспечение дисциплины

ТИПЫ АУДИТОРИЙ

- Лекционные
- Семинарские

ОСНАЩЕНИЕ АУДИТОРИЙ

- Персональный компьютер

Набор демонстрационного оборудования

- Может включать в себя: мультимедийный проектор, проекционный экран, интерактивная доска, видео панель, интерактивная видео панель, презентационный ноутбук и другие средства демонстрации учебного контента. Допускается использование для проведения занятий переносного набора демонстрационного оборудования.

- Доска

- Экран

- Специализированная мебель

- Доска, столы или парты, стулья.

- Наличие беспроводного доступа в Интернет по сети Wi-Fi