

Дуальности в интегрируемых системах частиц и спиновых цепочках

Эта диссертация посвящена теме дуальностей в многочастичных интегрируемых системах. Центральным игроком в ней выступает серия систем Калоджеро-Мозера-Сазерлэнда / Руженаарса – Шнайдера и их вырождений/обобщений. В канонических координатах эти системы характеризуются зависимостью Гамильтонианов от положений и импульсов частиц. Обе эти зависимости могут быть рациональными, тригонометрическими или эллиптическими, соответственно. Таким образом, мы получаем 3x3 таблицу из 9 систем.([1])

p \ q	rational	trigonometric	elliptic
r	rational CMS $2d\ N=(2,2)$ quiver theory	trigonometric CMS $2d\ N=(2,2)^*$ quiver theory	elliptic CMS $4d\ N=2^*$ $2d\ defect$
t	rational RS (dual trig. CMS)	trigonometric RS $3d\ N=2^*$ quiver theory	elliptic RS $5d\ N=1^*$ $3d\ defect$
e	dual elliptic CMS	dual elliptic RS	DELL model $6d\ (1,0)^*$ $4d\ defect$

Эти системы связаны дуальностями как друг с другом, так и с моделями типа спиновых цепочек и систем Годена. Мы рассмотрим только некоторые из них. Первая часть диссертации посвящена системам с рациональной зависимостью от импульса – системам Калоджеро-Мозера (первая строка таблицы). Они нумеруются выбором простой алгебры Ли. Их классическая

интегрируемость гарантируется существованием пары Лакса. В своём минимальном варианте этот подход приводит к вложению динамики системы в коприсоединённую орбиту соответствующей простой группы Ли. Однако, в недавней работе А. Левин, М. Ольшанецкий и А. Зотов ([2]) для системы ассоциированной с алгеброй $\mathfrak{sl}(N)$ построили матрицу Лакса нового типа. Её конструкция использует понятие квантовой R-матрицы, возникающей как базовый строительный блок в системах спиновых цепочек. В диссертации мы изучаем её обобщения на случай других систем корней, а также её применение к построению новой системы класса спиновой цепочки Халдейна-Шастри. Вторая часть касается систем с тригонометрической зависимостью от импульса, а именно систем Руженаарса-Шнайдера (вторая строка таблицы). Она посвящена обобщению недавней работы А. Зотова и А. Забродина ([3]) о связи этих систем с квантовым уравнением Книжника-Замолодчикова, которая в свою очередь обобщает ещё более ранние результаты в этой теме, начиная с работ А. Матцуо ([4]). Дуальность устроена следующим образом. Решения квантового уравнения Книжника-Замолодчикова нумеруются значением полного спина. Суммируя, компоненты решения в секторе с фиксированным спином, мы получаем волновую функцию системы Руженаарса-Шнайдера. Это соответствие является деформацией квантово-классической дуальности между лагранжевыми подмногообразиями в фазовом пространстве классической системы Руженаарса-Шнайдера и решениями уравнений Бете соответствующей спиновой цепочки. В диссертации рассматривается обобщение этой дуальности на спиновые цепочки, построенные по R-матрицам, ассоциированным с суперсимметричными алгебрами.

В третьей части диссертации изучаются системы с эллиптической зависимостью от импульсов (последняя строка таблицы). Две из этих систем связаны гипотетической r - q дуальностью с эллиптической моделью Калоджеро и Руженаарса соответственно. Третья – дважды эллиптическая система является самой общей из всей изучаемой серии. Для её рассмотрения даже на классическом уровне было разработано несколько независимых подходов: Первый – А. Мироновым, А. Морозовым и Г. Аминовым ([6] и т.д.), второй – Г. Браденым и Т. Холловудом ([5]). Недавно П. Коротев и Ш. Шакиров предложили квантовую версию дважды эллиптической интегрируемой системы ([7]). Их модель является квантованием подхода Брадена и Холловуда. В пределе с тригонометрической зависимостью от координат собственные функции гипотетически выглядят как обобщение полиномов Макдональда с коэффициентами, эллиптически зависящими от q и t . В этой диссертации я представляю обобщение определителя Секигучи-Дебьярда-Макдональда для этих функций. Я покажу, как с его помощью можно доказать формулу для собственных значений гамильтониана в этом пределе. Также достигнут частичный прогресс в построении операторов Чередника для этой системы. К сожалению, этого прогресса оказалось недостаточно для доказательства коммутативности гамильтонианов, однако он все же был полезен для конструкции предела бесконечного числа частиц, который оказался связан с теорией представлений эллиптической квантовой тороидальной алгебры. Некоторые из вышеперечисленных результатов

верны и в полностью невырожденном дважды эллиптическом случае.

Примечание: Доклад в основном будет посвящён последней теме, так как мне она кажется наиболее интересной.

Список литературы

- [1] Mironov, A., and A. Morozov. "Double elliptic systems: Problems and perspectives."arXiv preprint hep-th/0001168 (2000).
- [2] Levin, A., M. Olshanetsky, and A. Zotov. "Planck constant as spectral parameter in integrable systems and KZB equations."Journal of High Energy Physics 2014.10 (2014): 1-29.
- [3] Zabrodin, A., and A. Zotov. "QKZ–Ruijsenaars correspondence revisited."Nuclear Physics B 922 (2017): 113-125.
- [4] Matsuo, Atsushi. "Integrable connections related to zonal spherical functions."Inventiones mathematicae 110.1 (1992): 95-121.
- [5] Braden, Harry W., and Timothy J. Hollowood. "The curve of compactified 6D gauge theories and integrable systems."Journal of High Energy Physics 2003.12 (2003): 023.
- [6] Aminov, Glep, et al. "Seiberg-Witten curves and double-elliptic integrable systems."Journal of High Energy Physics 2015.1 (2015): 1-15.
- [7] Koroteev, Peter, and Shamil Shakirov. "The quantum DELL system."Letters in Mathematical Physics 110.5 (2020): 969-999.