

УТВЕРЖДАЮ

Проректор

\_\_\_\_\_ С.Ю. Роцин

Одобрено на заседании Академического  
совета Аспирантской школы по  
компьютерным наукам

Согласовано

Академический директор Аспирантской  
школы по компьютерным наукам

\_\_\_\_\_ А.В. Зароднюк

**Программа вступительного испытания по специальности основной образовательной  
программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-  
педагогических кадров в аспирантуре  
Компьютерные науки**

Научные специальности:

1.2.1. Искусственный интеллект и машинное обучение

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

1.2.3 Теоретическая информатика, кибернетика

## **1. Область применения и нормативные ссылки**

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета или магистратуры.

## **2. Структура вступительного испытания**

Вступительное испытание основной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Компьютерные науки состоит из двух частей: оценка индивидуальных достижений и собеседование (оценка знаний по направлению подготовки).

Вступительное испытание проводится на русском или английском языке (по желанию абитуриента). По предварительному согласованию с абитуриентом вступительное испытание может проводиться дистанционно с использованием информационных технологий.

В случае набора абитуриентами равного количества баллов (полупроходного балла), преимущество получает абитуриент, соответствующий перечисленным ниже критериям. Критерии представлены в порядке убывания значимости.

1. Более высокая, чем у других абитуриентов с полупроходным баллом, оценка за вступительное испытание по специальности.

2. Наличие опыта работы в исследовательском проекте по направлениям, релевантным исследованиям научного руководителя, существующим проектам лабораторий департамента, специфике направления обучения в аспирантуре.

3. Наличие опубликованных статей в международных рецензируемых научных журналах, индексируемых в Scopus или Web of Science, участие с докладами в конференциях уровня А\* или А по рейтингу CORE (версия соответствующего года публикации).

### **2.1. Оценка индивидуальных достижений и исследовательского потенциала.**

#### **Структура портфолио**

Оценка индивидуальных достижений и исследовательского потенциала основывается на представленных абитуриентом документах и беседе с абитуриентом. Абитуриент может (но не обязан) предоставить следующие документы:

1. Резюме (CV), включающее список публикаций, сведения об участии в конференциях, школах, исследовательских проектах, научных грантах, опыте работы, знании языков и т.д. Резюме может быть составлено на русском или английском языке (по желанию абитуриента).

2. Описание исследовательского проекта (не более четырех страниц), который поступающий предполагает реализовать во время обучения в аспирантуре, на русском или английском языке. Описание проекта должно содержать краткое введение в область предполагаемого исследования; описание задач, которыми поступающий предполагает заниматься в аспирантуре; обоснование их теоретической или практической значимости; краткое описание существующих подходов к решению этих задач и подходов, которые собирается развивать поступающий.

3. Копия документа об образовании с перечнем пройденных дисциплин и оценок по этим дисциплинам.

4. Рекомендательное письмо от сотрудника НИУ ВШЭ, в котором отражено его согласие выступить научным руководителем абитуриента в аспирантуре.

5. Рекомендательное письмо от руководителя одной из научных лабораторий НИУ ВШЭ, в котором выражен интерес лаборатории к предполагаемому диссертационному исследованию абитуриента и готовность сотрудничать с абитуриентом в случае его поступления в аспирантуру.

6. Научные публикации абитуриента (в виде файлов в формате PDF).

7. Текст магистерской диссертации (в виде файла в формате PDF).

8. Документы, подтверждающие участие абитуриента в выполнении научно-исследовательских работ (отчет по НИР, отзыв руководителя НИР о работе абитуриента).

9. Дипломы и сертификаты, подтверждающие академические достижения абитуриента (победы в студенческих олимпиадах, конкурсах студенческих работ, получение индивидуальных академических стипендий и грантов на обучение).

## 2.2. Критерии оценки портфолио

Максимальная возможная оценка составляет 50 баллов.

**Оценка менее 15 баллов считается неудовлетворительной. Абитуриент, получивший неудовлетворительную оценку за портфолио выбывает из конкурса.**

Оценка формируется из следующих частей:

Критерий оценки	Количество баллов
Степень проработанности исследовательского проекта, который поступающий предполагает реализовать во время обучения в аспирантуре; его соответствие выбранному направлению подготовки и тематике научных исследований, осуществляемых в соответствующем подразделении НИУ ВШЭ; наличие у абитуриента задела по проекту.	до 20 баллов
Наличие рекомендательного письма от сотрудника НИУ ВШЭ, в котором отражено его согласие выступить научным руководителем абитуриента в аспирантуре, подтверждающего серьезные намерения абитуриента.	до 5 баллов
Наличие рекомендательного письма от руководителя одной из научных лабораторий НИУ ВШЭ, подтверждающего интерес лаборатории к предполагаемому диссертационному исследованию абитуриента.	до 5 баллов
Уровень представленных публикаций и конференций, их соответствие предполагаемой тематике исследований, личный вклад абитуриента (в случае соавторства).	до 15 баллов
Наличие опыта участия абитуриента в научно-исследовательских проектах, подтвержденный отзывами руководителей проектов.	до 5 баллов

## 2.3. Собеседование (оценка знаний по направлению подготовки)

Оценка знаний по направлению подготовки проводится в устной форме с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Абитуриент получает два вопроса, соответствующих программе экзамена (см. пункт 3), каждый из которых может быть максимально оценен в 25 баллов. Вопросы программы разделены на блоки, некоторые из которых отнесены к общей части, а другие — к специализированным. Абитуриент получает первый вопрос билета из общей части, а второй — из выбранного им специализированного блока, если таких блоков несколько. Абитуриенту предоставляется 40 минут на подготовку, после чего абитуриент отвечает на вопросы. Абитуриенту могут быть заданы дополнительные вопросы или задачи в рамках программы экзамена.

Максимальная возможная оценка за собеседование составляет 50 баллов. **Оценка менее 15 баллов за собеседование считается неудовлетворительной. Абитуриент, получивший неудовлетворительную оценку за собеседование выбывает из конкурса.**

Критерии оценки каждого вопроса из билета	Количество баллов
Ответ полный, без замечаний, продемонстрированы исключительные знания по вопросу	25
Ответ полный, с незначительными замечаниями, продемонстрированы отличные знания по вопросу	20-24
Ответ полный, имеются замечания, продемонстрированы хорошие знания по вопросу	15-19
Ответ неполный, имеются замечания, продемонстрированы удовлетворительные знания по вопросу	10-14
Ответ неполный, имеются существенные замечания	5-9
Ответ не дан	0-4

### 3. Содержание программы оценки знаний по направлению подготовки

#### 3.1 Научная специальность 1.2.1. Искусственный интеллект и машинное обучение Общая часть

##### 1. Математический анализ и методы оптимизации

Задачи условной и безусловной оптимизации. Типы экстремумов функций многих переменных, условия локального экстремума, метод множителей Лагранжа, их интерпретация. Седловые точки. Функция Лагранжа. Теорема Куна – Таккера и ее геометрическая интерпретация.

Формулировка задачи линейного программирования (ЛП). Симплекс-метод: понятия опорного плана и базиса. Вырожденность и невырожденность задач ЛП. Двойственная задача ЛП, связь прямой и двойственной задачи.

Обыкновенные дифференциальные уравнения: теорема существования и единственности, линейные уравнения первого и второго порядков, однородные неоднородные уравнения, стационарные точки и устойчивость по Ляпунову.

##### 2. Алгебра

Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис. Системы линейных уравнений (СЛУ). Критерий совместности СЛУ. Обратная и псевдообратная матрицы.

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения квадратной матрицы и симметричной квадратной матрицы. Диагонализация матрицы линейного оператора. Сингулярные числа прямоугольных матриц и их связь с собственными числами ассоциированных матриц. Матричные разложения (сингулярное разложение, QR-разложение, LU-разложение, разложение Холецкого).

Скалярное произведение. Ортогональность. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта. Билинейные и квадратичные формы. Знакоопределенные и полуопределенные квадратичные формы и их свойства.

##### 3. Основы теории вероятностей и математической статистики

Вероятность, вероятностное пространство, случайные величины. Функция распределения. Числовые характеристики распределений. Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Функции плотности распределения, свойства одномерной и многомерной нормальной случайной величины.

Вероятностные неравенства: неравенства Маркова, Чернова и Чебышёва. Случайные последовательности: сходимость по вероятности, почти наверное и по распределению. Закон больших чисел в форме Чебышёва и Хинчина. Центральные предельные теоремы (для нормального и Пуассоновского распределения).

Генеральная совокупность, выборка. Выборочные оценки и статистики, их свойства: несмещенность, состоятельность, эффективность. Неравенство Рао-Крамера. Примеры выборочных статистик и оценок.

Интервальные оценки параметров, доверительные интервалы. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Конструкция статистического критерия (гипотеза, альтернатива, тестовая статистика). Примеры статистических тестов и доверительных интервалов.

#### **4. Основы теории графов**

Бинарные отношения и графы. Способы представления графов. Подграфы. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Компоненты связности в ориентированных и неориентированных графах. Двудольные графы.

Эйлеровы пути и циклы. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Оценка сложности алгоритма. Гамильтоновы пути и циклы. Сложность задачи проверки существования гамильтонова цикла.

Деревья. Связанность любых двух вершин дерева единственным простым путем. Способы представления деревьев. Сбалансированные двоичные деревья.

Задачи и алгоритмы на графах: обходы графа, поиск кратчайших путей, построение минимального остовного дерева.

Потоки в сетях: нахождение максимального потока и минимального разреза. Теорема Форда – Фалкерсона. Транспортная задача.

### **Специализированный блок вопросов**

#### **Анализ данных и основы машинного обучения**

Задача бинарной и многоклассовой классификации. Простейшие методы классификации: решающие деревья, k ближайших соседей, линейные модели (метод опорных векторов, логистическая регрессия). Оценка качества обучения: точность, полнота, F-мера. Популярные функции потерь. Явление переобучения, разделение на обучающую и валидационную выборку, методы регуляризации.

Задача регрессии. Линейные модели: линейная регрессия, методы регуляризации (LASSO-, Ridge- регрессия, ElasticNet). Целевые метрики и популярные функции потерь. Явление переобучения, разделение на обучающую и валидационную выборку, методы регуляризации.

Ансамблевые модели в задачах регрессии и классификации. Бэггинг, случайный лес, бустинг (градиентный бустинг, AdaBoost).

Явление переобучения. Обучающая и валидационная ошибка. Регуляризация алгоритмов классификации и восстановления регрессии.

Понижение размерности данных: анализ главных компонент. Кластеризация: метод k средних, иерархическая кластеризация, гауссовские смеси. Оценка смеси распределений с помощью EM-алгоритма.

Глубокие нейронные сети: идея и конструкция, типы слоёв. Обучение глубоких нейронных сетей: градиентные методы, гиперпараметры, выбор шага. Применение глубоких нейросетей в решении задач регрессии и классификации, основные функции потерь и целевые метрики. Примеры задач и решений.

Задачи и методы анализа текстовых данных. Представления текста, слов, конструкция признаков текста. Тематическая категоризация, кластеризация документов, анализ мнений, информационный поиск, машинный перевод.

Задачи и методы компьютерного зрения: классификация изображений, сегментация, выделение объектов. Представление изображений и видео. Свёрточные слои. Основные решения, основанные на глубоких свёрточных нейросетях.

Байесовские методы для регрессии и классификации. Наивный байесовский классификатор. Байесовская линейная регрессия (maximum a posteriori estimate, MAP). Гауссовские процессы. Гауссовские смеси, примеры и свойства ковариационных функций.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. — М.: Физматлит, 2013.
2. Арнольд В.И., Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1984.
3. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.1. Синтаксический анализ. — М.: Мир, 1978.
4. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.2. Компиляция. — М.: Мир, 1978.
5. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. — М.: Наука, 1974.
6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. — М.: Радио и связь, 1983.
7. Воронцов К.В. Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин). — <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf>
8. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
9. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М.: Наука 1971.
10. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
11. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
12. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
13. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005.
14. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
15. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
16. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
17. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
18. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.
19. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
20. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
21. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
22. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.
23. Роберт У. Себеста. Основные концепции языков программирования. — 5-е изд. — М.: Вильямс, 2001.
24. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2004.
25. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. — 2-е изд.: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2008.
26. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. — М.: Изд-во ВШЭ, 1995.
27. Arora S., Barak B. Computational Complexity: A Modern Approach. — Cambridge University Press, 2009.
28. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning. — Springer, 2006.

29. Jurafsky D., Martin, J.H. Speech and Language Processing. — Prentice Hall, 2008.
30. Flach P. Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data. — Cambridge University Press, 2012.
31. Kleinberg J., Tardos E. Algorithm Design. — Addison-Wesley, 2005.
32. Moore C., Mertens S. The Nature of Computation. — Oxford University Press, 2011.
33. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. — Boston, Mass.: Thomson Course Technology, 2006
34. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
35. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М: Наука 1971.
36. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
37. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
38. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
39. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005.
40. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
41. 15. Крупский В.Н. Введение в сложность вычислений. — М.: Факториал Пресс, 2006.
42. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
42. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
44. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996. 19.
- Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.
45. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
46. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
47. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
48. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.

### **3.2 Научная специальность 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

#### **Общая часть**

#### **1. Дифференциальные уравнения**

Обыкновенные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные уравнения, фазовое пространство, аналитическое решение уравнений, уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения Бернулли, Рикатти. Уравнения в полных дифференциалах.

Линейные уравнения первого порядка. Эквивалентность системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -го порядка. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами, представление решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.

Решение, устойчивое по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости (функция Ляпунова). Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий устойчивости для линейных систем с постоянными коэффициентами, уравнение Ляпунова.

#### **2. Алгебра**

Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис. Системы линейных уравнений (СЛУ). Критерий совместности СЛУ. Обратная и псевдообратная матрицы.

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения квадратной матрицы и симметричной квадратной матрицы. Диагонализация матрицы линейного оператора. Сингулярные числа прямоугольных матриц и их связь с собственными числами ассоциированных матриц. Матричные разложения (сингулярное разложение, QR-разложение, LU-разложение, разложение Холецкого).

Скалярное произведение. Ортогональность. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта. Билинейные и квадратичные формы. Знакоопределенные и полуопределенные квадратичные формы и их свойства.

### **3. Основы теории вероятностей и математической статистики**

Вероятность, вероятностное пространство, случайные величины. Функция распределения. Числовые характеристики распределений. Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Функции плотности распределения, свойства одномерной и многомерной нормальной случайной величины.

Вероятностные неравенства: неравенства Маркова, Чернова и Чебышёва. Случайные последовательности: сходимости по вероятности, почти наверное и по распределению. Закон больших чисел в форме Чебышёва и Хинчина. Центральные предельные теоремы (для нормального и Пуассоновского распределения).

Генеральная совокупность, выборка. Выборочные оценки и статистики, их свойства: несмещенность, состоятельность, эффективность. Неравенство Рао-Крамера. Примеры выборочных статистик и оценок.

Интервальные оценки параметров, доверительные интервалы. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Конструкция статистического критерия (гипотеза, альтернатива, тестовая статистика). Примеры статистических тестов и доверительных интервалов.

### **4. Основы теории графов**

Бинарные отношения и графы. Способы представления графов. Подграфы. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Компоненты связности в ориентированных и неориентированных графах. Двудольные графы.

Эйлеровы пути и циклы. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Оценка сложности алгоритма. Гамильтоновы пути и циклы. Сложность задачи проверки существования гамильтонова цикла.

Деревья. Связанность любых двух вершин дерева единственным простым путем. Способы представления деревьев. Сбалансированные двоичные деревья.

Задачи и алгоритмы на графах: обходы графа, поиск кратчайших путей, построение минимального остовного дерева.

Потоки в сетях: нахождение максимального потока и минимального разреза. Теорема Форда – Фалкерсона. Транспортная задача.

## **Специализированный блок вопросов**

### **Численные методы. Часть 1**

Задача интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа, связь с решением СЛАУ и матрицей Вандермонда. Многочлены Чебышева, их свойства. Построение оптимальной интерполяционной сетки. Константа Лебега, оценка константы Лебега для равномерной и чебышёвской сеток.

Численные методы интегрирования: квадратурные формулы, теорема об оценке погрешности численного интегрирования. Квадратурные формулы, основанные на интерполяции многочленом Ньютона: простые и составные формулы. Квадратурные формулы Гаусса. Устойчивость квадратурных формул к погрешности в узлах. Порядок аппроксимации и порядок



точности квадратурных формул. Метод Рунге оценки погрешности интегрирования.

Численное решение нелинейных уравнений. Метод бисекции. Метод простой итерации и его сходимость. Метод Ньютона и метод секущих, критерии сходимости. Многомерное обобщение метода Ньютона (метод Ньютона Рафсона). Оценки погрешности.

Численное дифференцирование. Численное решение задачи Коши для дифференциальных уравнений. Аппроксимация разностной схемой, устойчивость и сходимость. Теорема Лакса. Явные и неявные схемы. Многоэтапные методы. Конструкция методов Рунге-Кутты и Адамса.

Краевая задача. Представление решения с помощью функции Грина. Численные методы решения: метод стрельбы, метод конечных разностей, метод прогонки.

## **Численные методы. Часть 2**

Численные методы линейной алгебры. Прямые методы решения СЛАУ: LU-разложение, разложение Холецкого. Вычисление определителя матрицы. Вычисление обратной матрицы. Число обусловленности матрицы и связь с численной устойчивостью решения линейных систем. Улучшение устойчивости LU-разложения. Вычислительная сложность прямых методов. Метод прогонки.

Число обусловленности матрицы и связь с численной устойчивостью решения линейных систем. Предобуславливание линейных систем. Итерационные методы Якоби и Зейделя, критерии сходимости и оценка ошибки.

Итерационные методы решения СЛАУ. Метод простой итерации. Выбор шага в методе простой итерации (константный и с минимизацией невязки). Метод минимальных невязок, метод сопряженных градиентов. Число обусловленности матрицы и связь с численной устойчивостью решения линейных систем.

Численные методы для поиска собственных значений и собственных векторов. Степенной метод. Метод Крылова. Разложение Шура, QR-алгоритм.

Задача наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Эквивалентность проекции и наилучшего приближения элемента элементом подпространства. Задача наилучшего приближения элементом из конечномерного пространства, матрица Грама. Метод наименьших квадратов. Ортогональные системы функций: QR-разложение для конечномерного случая, многочлены Лежандра, тригонометрическая система функций и ряды Фурье.

## **Список рекомендуемой литературы:**

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. — М.: Физматлит, 2013.
2. Арнольд В.И., Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1984.
3. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.1. Синтаксический анализ. — М.: Мир, 1978. 4. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.2. Компиляция. — М.: Мир, 1978.
5. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. — М.: Наука, 1974.
6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. — М: Радио и связь, 1983.
7. Воронцов К.В. Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин). — <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf>
8. Гарсия-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
9. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М: Наука 1971.
10. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
11. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир,

1982.

12. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
13. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005.
14. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
15. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
16. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
17. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
18. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.
19. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
20. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
21. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
22. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.
23. Роберт У. Себеста. Основные концепции языков программирования. — 5-е изд. — М.: Вильямс, 2001.
24. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2004.
25. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. — 2-е изд.: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2008.
26. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. — М.: Изд-во ВШЭ, 1995.
27. Arora S., Barak B. Computational Complexity: A Modern Approach. — Cambridge University Press, 2009.
28. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning. — Springer, 2006.
29. Jurafsky D., Martin, J.H. Speech and Language Processing. — Prentice Hall, 2008.
30. Flach P. Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data. — Cambridge University Press, 2012.
31. Kleinberg J., Tardos E. Algorithm Design. — Addison-Wesley, 2005.
32. Moore C., Mertens S. The Nature of Computation. — Oxford University Press, 2011.
33. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. — Boston, Mass.: Thomson Course Technology, 2006
34. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
35. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М.: Наука 1971.
36. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
37. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
38. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
39. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005.
40. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
41. Крупский В.Н. Введение в сложность вычислений. — М.: Факториал Пресс, 2006.
42. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
43. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
44. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
45. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.

44. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
45. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
46. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
47. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.
48. Н.С. Бахвалов. Численные методы. Наука, 1975.
49. Е. Чижонков. Численные методы, М. МГУ, 2006.
50. Е.Е. Тыртышников. Методы численного анализа, М. 2006.

### **3.3 Научная специальность 1.2.3 Теоретическая информатика, кибернетика**

#### **Общая часть**

#### **1. Математический анализ и методы оптимизации**

Задачи условной и безусловной оптимизации. Типы экстремумов функций многих переменных, условия локального экстремума, метод множителей Лагранжа, их интерпретация. Седловые точки. Функция Лагранжа. Теорема Куна – Таккера и ее геометрическая интерпретация.

Формулировка задачи линейного программирования (ЛП). Симплекс-метод: понятия опорного плана и базиса. Вырожденность и невырожденность задач ЛП. Двойственная задача ЛП, связь прямой и двойственной задачи.

Обыкновенные дифференциальные уравнения: теорема существования и единственности, линейные уравнения первого и второго порядков, однородные неоднородные уравнения, стационарные точки и устойчивость по Ляпунову.

#### **2. Алгебра**

Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис. Системы линейных уравнений (СЛУ). Критерий совместности СЛУ. Обратная и псевдообратная матрицы.

Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения квадратной матрицы и симметричной квадратной матрицы. Диагонализация матрицы линейного оператора. Сингулярные числа прямоугольных матриц и их связь с собственными числами ассоциированных матриц. Матричные разложения (сингулярное разложение, QR-разложение, LU-разложение, разложение Холецкого).

Скалярное произведение. Ортогональность. Процесс ортогонализации Грама – Шмидта. Билинейные и квадратичные формы. Знакоопределенные и полуопределенные квадратичные формы и их свойства.

Полугруппы и моноиды, группы. Циклические группы, теорема Лагранжа. Кольца, поля. Идеалы. Примеры. Конструкция конечных полей.

#### **3. Основы теории вероятностей и математической статистики**

Вероятность, вероятностное пространство, случайные величины. Функция распределения. Числовые характеристики распределений. Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Функции плотности распределения, свойства одномерной и многомерной нормальной случайной величины.

Вероятностные неравенства: неравенства Маркова, Чернова и Чебышёва. Случайные последовательности: сходимости по вероятности, почти наверное и по распределению. Закон больших чисел в форме Чебышёва и Хинчина. Центральные предельные теоремы (для нормального и Пуассоновского распределения).

#### **4. Основы теории множеств и математической логики**

Основные понятия теории множеств. Операции над множествами. Счетные множества.

Кардинальные числа. Определение и свойства отношений. Замыкание отношений относительно различных свойств. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности.

Отношения частичного и полного порядка. Полурешетки и решетки как частично упорядоченные множества.

Синтаксис и семантика логики высказываний. Понятия выполнимости, общезначимости и логического следствия. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Логика предикатов первого порядка. Метод резолюции в логике высказываний.

Нормальные формы, эрбрановские интерпретации, теорема Эрбрана. Неразрешимость задач определения выполнимости и общезначимости формулы логики предикатов.

Понятия полноты и непротиворечивости логической системы. Теоремы о полноте исчисления высказываний и логики предикатов первого порядка. Теоремы Геделя о неполноте.

## **5. Основы теории графов**

Бинарные отношения и графы. Способы представления графов. Подграфы. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Компоненты связности в ориентированных и неориентированных графах.

Эйлеровы пути и циклы. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Оценка сложности алгоритма. Гамильтоновы пути и циклы. Сложность задачи проверки существования гамильтонова цикла.

Раскраска графов. Хроматическое число.

Двудольные графы. Паросочетания и алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе.

Деревья. Связанность любых двух вершин дерева единственным простым путем. Способы представления деревьев. Сбалансированные двоичные деревья.

Алгоритмы на графах: обход графа, поиск кратчайших путей, построение минимального остовного дерева, нахождение максимального потока и минимального разреза.

## **Специализированный блок вопросов**

### **Формальные языки и грамматики, алгоритмы и вычислительная сложность**

Основные понятия и определения формальных языков и грамматик. Классификация грамматик и языков по Хомскому. Порождающие и аналитические (распознающие) грамматики. Регулярные грамматики, конечные автоматы и регулярные выражения. Минимизация детерминированных конечных автоматов. Построение детерминированного автомата, эквивалентного данному недетерминированному автомату. Лемма о разрастании для конечных автоматов и ее применение.

Контекстно-свободные грамматики и деревья вывода. Нормальные формы контекстно свободных грамматик. Автоматы с магазинной памятью.

Машины Тьюринга, частично рекурсивные функции, машины с произвольным доступом к памяти (РАМ-машины). Тезис Черча. Неразрешимость проблемы останова машины Тьюринга. Анализ сложности алгоритмов. Классы задач P и NP, примеры. Сводимость задач по Карпу и Тьюрингу. NP-полнота. Теорема Кука – Левина.

Классы задач по памяти: L, NL, coNL, PSPACE. Их соотношение с классами задач по времени.

Вероятностные алгоритмы. Классы задач BPP, ZPP, RP.

Подходы к проектированию алгоритмов: «разделяй и властвуй», динамическое программирование, жадная стратегия. Алгоритмы сортировки, двоичного поиска, быстрое возведение в степень, вычисление расстояния Левенштейна. Двоичные деревья поиска, кучи, хеш-таблицы.

### Список рекомендуемой литературы:

1. Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения. — М.: Физматлит, 2013.
2. Арнольд В.И., Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1984.
3. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.1. Синтаксический анализ. — М.: Мир, 1978.
4. Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т.2. Компиляция. — М.: Мир, 1978.
5. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. — М.: Наука, 1974.
6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. — М: Радио и связь, 1983.
7. Воронцов К.В. Математические методы обучения по прецедентам (теория обучения машин). — <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/6d/Voron-ML-1.pdf>
8. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
9. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М: Наука 1971.
10. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
11. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
12. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
13. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005.
14. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
15. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
16. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
17. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
18. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.
19. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
20. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
21. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
22. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.
23. Роберт У. Себеста. Основные концепции языков программирования. — 5-е изд. — М.: Вильямс, 2001.
24. Успенский В.А., Верещагин Н.К., Плиско В.Е. Вводный курс математической логики. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2004.
25. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. — 2-е изд.: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2008.
26. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. — М.: Изд-во ВШЭ, 1995.
27. Arora S., Barak B. Computational Complexity: A Modern Approach. — Cambridge University Press, 2009.
28. Bishop C. Pattern Recognition and Machine Learning. — Springer, 2006.
29. Jurafsky D., Martin, J.H. Speech and Language Processing. — Prentice Hall, 2008.
30. Flach P. Machine Learning: The Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data. — Cambridge University Press, 2012.
31. Kleinberg J., Tardos E. Algorithm Design. — Addison-Wesley, 2005.

32. Moore C., Mertens S. The Nature of Computation. — Oxford University Press, 2011.
33. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. — Boston, Mass.: Thomson Course Technology, 2006
34. Гарсиа-Молина Г., Ульман Дж., Уидом Дж. Системы баз данных. Полный курс. — Вильямс, 2003.
35. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. — М: Наука 1971.
36. Гладкий А.В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.
37. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
38. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. — М.: МНЦМО, 2014.
39. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2005. 14.
- Кормен
40. Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 2-е издание: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.
41. Крупский В.Н. Введение в сложность вычислений. — М.: Факториал Пресс, 2006.
42. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — М.: Лань, 2004.
43. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. — М.: Логос, 2002.
44. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996.
45. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1971.
46. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974.
47. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. — 2-е изд.: Пер. с англ.
48. Рудин У. Основы математического анализа. — М.: Мир, 1976.
49. Оре О. Графы и их применение. — М.: Мир, 1965; — Новокузнецк: Изд. Отдел Новокузнецкого физико-математического ин-та, 2000.